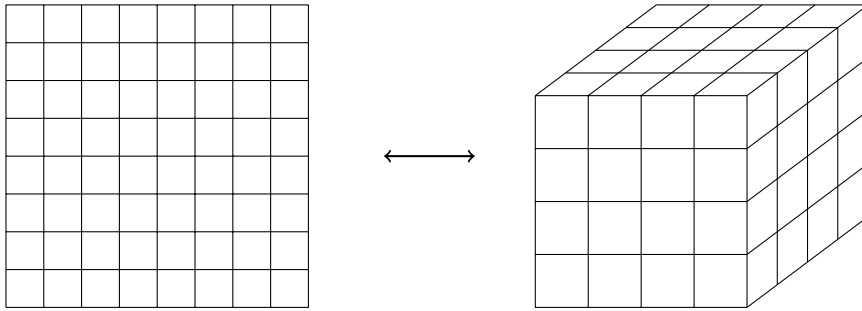


# 1 $8^2 \longleftrightarrow 4^3$ パズル

## 1.1 導入

### 問い 1

$8 \times 8$  の平面も  $4 \times 4 \times 4$  の立方体も生成できるような 8 マス分のピースを 8 個作ることができるだろうか。



### 解答

可能. 例えば,  $4 \times 2$  の長方形型のピースを作ればいい.

### 問い 2

全て同じ形のものは, 何種類作成できるだろうか.

### 問い 3

形の全て異なるピースにすることはできるだろうか.

これらの問いを解決するにあたり, そもそも以下を検討する必要がある.

- 8 マスピースは何パターン生成可能か.
- 8 マスピースの条件として, 縦横の長さは 4 を超えてはならない.  
( $\because$  4 を超えると,  $4 \times 4 \times 4$  の立方体ができない.)

## 1.2 8 マスピースは何種類

### 定義 1.2.1 (ピース)

ここでいうピースとは, 正方形を辺接着してできた多角形のことである. ただし, 対称移動して重なるものは全て同一視する.

### 問い 4

$4 \times 4$  に収まるような 8 マスピースは何種類生成可能か. また, そのピースの形を全て知りたい.

ピースに限らない場合,  $4 \times 4$  に収まる 8 個の選び方は,

$$\begin{aligned} {}_{16}C_8 &= \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 13 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \\ &= 12870 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

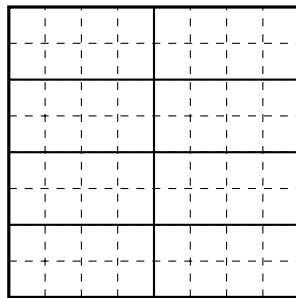
であり, 流石に全列挙は不可能.

### 問い 5

効率の良いアルゴリズムを組めないか.

## 1.3 同一形状のピースで制作

簡単なものは, 以下のようなもの. ただし, 自明で面白くない.



### 問い 6

同一ピースのこのパズルは, 何通りあるか.

## 1.4 全て異なる形のピースで制作

未実施