

1 因数分解の工夫

1.1 たすき掛け

復習

展開せよ

$$(ax + b)(cx + d)$$

問題 因数分解せよ.

(1) $6x^2 + 13x + 6$

(2) $3x^2 + 13x + 4$

(3) $20x^2 - 7x - 6$

(4) $6x^2 - 7x + 2$

1.2 Try

(1) $(3x + 2)^2 + 2(3x + 2) - 3$ を因数分解せよ.

(2) $2(x + 3y)^2 - (x + 3y) - 1$ を因数分解せよ.

(3) $2x^2 + mx + 4$ が 1 次式の積に因数分解できるような整数 m の値をすべて求めよ.

1.3 多数の文字を含む式の因数分解

因数分解せよ.

(1) $x^2 + xy + x + 2y - 2$

(2) $x^2 + ax - 3a - 9$

(3) $2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2$

(4) $3x^2 + 5xy - 2y^2 - x + 5y - 2$

$$(5) a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$$

$$(7) (x^2 + 5x)(x^2 + 5x - 20) - 96$$

$$(6) a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$$

$$(8) (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 3$$

2 3次式の展開と因数分解

展開せよ.

(1) $(x + y)^3$

(2) $(x - y)^3$

(3) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

(4) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

因数分解せよ.

(1) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

(2) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

(3) $x^3 + y^3$

(4) $x^3 - y^3$

2.1 練習問題 1

展開せよ.

(1) $(2x + y)^3$

(2) $(x - 3y)^3$

(3) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$

(4) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

2.2 練習問題 2

因数分解せよ.

(1) $x^3 - 1$

(2) $125x^3 + y^3$

(3) $x^6 - 64$

(4) $x^6 + 7x - 8$

3 思考問題

(1) $(7x^3 + 12x^2 - 4x - 3)(x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x + 1)$ の展開式において、 x^5 の係数を求めよ。

(2) $x + y + z = 3, xy + yz + zx = -10$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

(3) $x^4 + x^2 + 1$ を因数分解せよ.

(5) $x^3 - 3x^2 + x - 3$ を因数分解せよ.

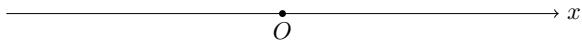
(4) $x^4 + 5x^2 + 9$ を因数分解せよ.

(6) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ を因数分解せよ.

4 絶対値

絶対値

数直線上で原点 $O(0)$ と点 $P(a)$ の距離を a の絶対値といい、記号で $|a|$ と表す。



練習 次の値を求めよ。

(1) $|3|$

(2) $|-4|$

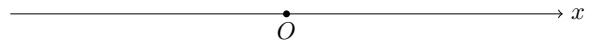
(3) $\left|-\frac{1}{2}\right|$

(4) $|3-5|$

(5) $|\pi-4|$

2点間の距離

数直線上で点 $A(a)$ と点 $B(b)$ の距離 AB を $|a-b|$ と表すことができる。



練習 次の2点間の距離を求めよ。

(1) $A(3), B(5)$

(2) $A(-2), B(1)$

(3) $A(4), B(x)$

4.1 絶対値を含む方程式

次の方程式を解け.

(1) $|x - 3| = 1$

(2) $|2 - x| = 3$

(3) $|3x + 2| = 1$

(4) $|4 - 3x| = 2$

4.2 絶対値を含む方程式 2

次の方程式を解け.

(1) $|x - 3| = 2x$

(2) $|4 - x| = 3x$

5 根号

5.1 復習

以下の問いに答えよ.

(1) 6 の平方根を根号を用いて表せ.

(2) $\sqrt{16}$ の値を求めよ.

(3) $\sqrt{(3-\pi)^2}$ の値を求めよ.

(4) $\sqrt{15}\sqrt{5}$ を計算せよ.

(5) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ を計算せよ.

(6) $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$ を計算せよ.

(7) $(2\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4\sqrt{5})$ を計算せよ.

(8) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ を有理化せよ.

(9) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ を有理化せよ.

5.2 有理化

問題

() の中に何を入れれば、計算結果に根号が含まれない形になるか。

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\quad)$$

上で考えた結果をもとに、次の式を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$

5.3 式の値

$x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}, y = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ のとき、以下の式の値を求めよ。

(1) $x + y$

(2) xy

(3) $x^2 + y^2$

(4) $x^2y + xy^2$

6 二重根号

次の式の、ルートの中のルートを外したい！

$$\sqrt{7+2\sqrt{10}}$$

一つの考え方.

$$x = \sqrt{7+2\sqrt{10}} \text{ とおく.}$$

$$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

さて、2乗して下線部のようにになる数はないだろうか.

(ヒント: $\sqrt{\quad} + \sqrt{\quad}$)

以上より,

$$\sqrt{7+2\sqrt{10}} =$$

6.1 練習

二重根号を外せ.

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

(3) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

(4) $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

二重根号

7 不等式の性質

復習.

(1) 次の数量の大小関係を, 不等式で表せ.

(a) ある数 a は正の数で, 8 以下である.

(b) 2 つの数 a, b の和は負で, -4 より大きい.

(c) 1 個 150 円のお菓子を x 個買って 120 円の箱に入れても
らったところ, 代金は 1000 円では足りなかった.

(2) $a < b$ のとき, 以下の _____ に当てはまる不等号を入れよ.

(a) $a + 4$ _____ $b + 4$

(b) $a - 4$ _____ $b - 4$

(c) $3a$ _____ $3b$

(d) $-3a$ _____ $-3b$

(e) $\frac{a}{2}$ _____ $\frac{b}{2}$

(f) $-\frac{a}{2}$ _____ $-\frac{b}{2}$

(3) $a < b$ のとき, 以下の _____ に当てはまる不等号を入れよ.

(a) $4a + 1$ _____ $4b + 1$

(b) $\frac{a}{2} - 3$ _____ $\frac{b}{2} - 3$

(c) $1 - a$ _____ $1 - b$

(d) $-\frac{a}{5} + 2$ _____ $-\frac{b}{5} + 2$

8 1次不等式

8.1 不等式を「解く」

言葉の意味

「解」：不等式を満たす値.

「不等式を解く」：不等式の解をすべて求めること.

注) 不等式の解全体を, 不等式の「解」ということもある.

例

不等式 $3x + 4 > 8$ を満たす x の値を複数見つけよう.

問題 不等式を解け.

(1) $3x - 2 > 4$

(2) $4x + 3 \leq 2x - 1$

練習 不等式を解け.

(1) $5x - 2 < 2x + 4$

(2) $6x - 3 \geq 8x + 7$

(3) $2(4x - 1) > 5x - 11$

(4) $3(3 - 2x) \leq 4 - 3x$

練習 不等式を解け.

$$(1) \frac{4}{3}x + 1 > \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{2}{7}x + \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{1}{3}x + 1 < \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$$

8.2 文章題

以下の問いに答えよ.

- (1) 次の不等式を満たす最小の自然数 n を求めよ.

$$200 + 12(n - 10) \leq 15n$$

- (2) 1個 60円の品物 A と 1個 100円の品物 B を合わせて 50個 買い、100円の箱に詰めてもらう。品物代と箱代の合計金額を 4000円以下にしたいとき、品物 B は最大で何個買えるでしょうか。

(3) ある店で、1個700円の品物を売っている。300円払って店の会員になると、5%引きでこの品物を買うことができる。会員になった場合、品物を何個以上買えば、会員にならない場合よりも安く買うことができるか。

(4) AとBの2社でのチラシ制作費は、次の通りである。

A社

100部までは一律5000円。

100部を超えた分は1枚につき40円。

B社

100部までは一律4500円。

100部を超えた分は1枚につき43円。

Bで作るよりAで作る方が安くなるのは、何部以上作るときか。

9 連立不等式

復習

次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

連立方程式を解く \iff 2つの式の_____

連立不等式を解こう.

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ 2x > -4 \end{cases}$$

9.1 練習

$$(1) \begin{cases} 6x - 9 \leq 2x - 1 \\ 3x + 7 < 4(2x + 3) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 1 \geq 7x - 5 \\ -x + 6 < 3(1 - 2x) \end{cases}$$

9.2 連立不等式を作る

次の関係式と同じものを (1) ~ (3) から選べ.

$$(A \text{ さんの所持金}) < (B \text{ さんの所持金}) < (C \text{ さんの所持金})$$

$$(1) \begin{cases} (A \text{ さんの所持金}) < (B \text{ さんの所持金}) \\ (A \text{ さんの所持金}) < (C \text{ さんの所持金}) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} (A \text{ さんの所持金}) < (B \text{ さんの所持金}) \\ (B \text{ さんの所持金}) < (C \text{ さんの所持金}) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} (A \text{ さんの所持金}) < (C \text{ さんの所持金}) \\ (B \text{ さんの所持金}) < (C \text{ さんの所持金}) \end{cases}$$

9.3 練習

以下の不等式を解け.

$$(1) 4 - x < 3x < x - 4$$

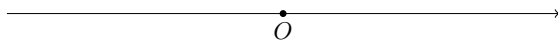
$$(2) 3x \leq x + 12 < 2x + 8$$

10 絶対値を含む不等式

10.1 絶対値を含む不等式に慣れる

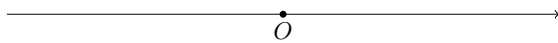
(1) $|x| < 3$ を満たす x をいくつか挙げてみよう.

(2) $|x| < 3$ を満たすすべての x を数直線上に表そう.



(3) $|x| \geq 3$ を満たす x をいくつか挙げてみよう.

(4) $|x| \geq 3$ を満たすすべての x を数直線上に表そう.



10.2 練習

以下の不等式を解け.

(1) $|x + 4| < 3$

(2) $|x + 2| > 5$

(3) $|2x + 3| \leq 2$

10.3 応用

以下の方程式, 不等式を解け.

(1) $|x - 4| = 3x$

(2) $|x - 4| \leq 3x$

10.4 練習

(1) $|x - 3| \leq 2x$

(2) $|x + 1| < 5x$

(3) $|2x - 1| \geq x + 4$

11 演習問題

11.1 小問集合

(1) $(2x+3y)(3x-2y) - (2x-3y)(3x+2y)$ を展開し, 整理せよ.

(2) $15a^2 - 11a - 14$ を因数分解せよ.

(3) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)^2$ を簡単にせよ.

(4) 以下の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 \leq \frac{x}{6} + 2 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{2} < 1 \end{cases}$$

(5) $|2 - 5x| = 1$ を解け.

11.2 式の値

$a = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $b = |2\sqrt{2}-3|$ のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) a の分母を有理化し, 簡単にせよ.

(2) $a+b$ の値を求めよ.

(3) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ の値を求めよ.

(4) $\frac{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}+\sqrt{2b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ の値を求めよ.

12 GW 前演習

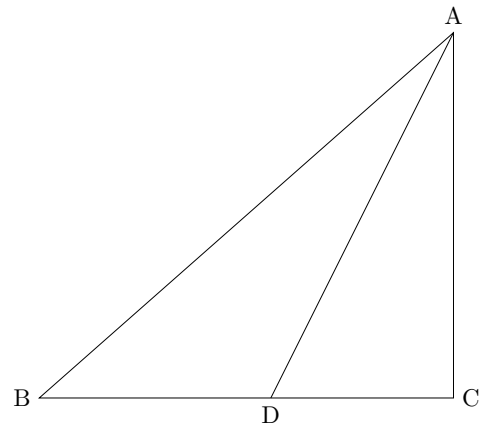
12.1 不等式文章題

- (1) 不等式 $5(x-a) \leq -2(x-3)$ を満たす最大の整数が 2 であるとき、定数 a の値を求めよ。

- (2) A の箱の重さは 95g, B の箱の重さは 100g である, 1 個 12g の球が 20 個あり, これらを A と B に分けて入れたところ, A の箱の方が重かった. そこで, A の箱から B の箱に球を移したところ, 今度は B の箱の方が重くなった. 最初, A の箱には何個の球を入れたか.

12.2 三角比思考問題

- (1) $AB=4$, $BC=3$, $\angle ADC=60^\circ$, $\angle ABC=\theta$ とする. 以下の問いに答えよ.



- (a) $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ.

- (b) 線分 AD の長さを求めよ.

- (c) 線分 CD の長さを求めよ.