1　指数

1.1　復習

以下の計算をせよ. (7) 以降は推測せよ.

(1) $2^6 = 64$

$\uparrow \times 2$

(2) $2^5 = 32$

$\uparrow \times 2$

(3) $2^4 = 16$

$\uparrow \times 2$

(4) $2^3 = 8$

$\uparrow \times 2$

(5) $2^2 = 4$

$\uparrow \times 2$

(6) $2^1 = 2$

$\uparrow \times 2$

(7) $2^0 = 1$

$\uparrow \times 2$

(8) $2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\uparrow \times 2$

(9) $2^{-2} = \frac{1}{4}$

1.2　復習, 推測

左の結果も参考にしつつ, 以下の計算をせよ.

(1) $(-5)^3 = -125$

$\uparrow \times(-5)$

(2) $(-5)^2 = 25$

$\uparrow \times(-5)$

(3) $(-5)^1 = -5$

$\uparrow \times(-5)$

(4) $(-5)^0 = 1$

$\uparrow \times(-5)$

(5) $(-5)^{-1} = -\frac{1}{5}$

$\uparrow \times(-5)$

(6) $(-5)^{-2} = \frac{1}{25}$

$\uparrow \times(-5)$

(7) $(-5)^{-3} = -\frac{1}{125}$

1.3 復習

以下の計算をせよ.

(1) $3^2 2^2$ $= 9 \times 4$

$= 36$

(2) $(2^2)^3$ $= 4^3$

$= 64$

(3) $(2 \times 3)^3$ $= 6^3$

$= 216$

(4) $\frac{2^{10}}{2^5}$ $= \frac{\cancel{2\times2\times2\times2\times2}\times 2^5}{\cancel{2\times2\times2\times2\times2}}$

$= 2^5$

$= 32$

(5) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $= \frac{2^3}{3^3}$

$= \frac{8}{27}$

1.4 一般化

以下の計算をせよ.

(1) $a^3 a^4$ $= a^7$

(2) $(a^2)^3$ $= a^6$

(3) $(a \times b)^3$ $= a^3 b^3$

(4) $\frac{a^9}{a^5}$ $= a^4$

(5) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$ $= \frac{a^3}{b^3}$

1.5 拡張

。確認.

指数法則.

$a \neq 0$, $b \neq 0$ とする.

1. $a^m a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $(ab)^m = a^m b^m$
4. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
5. $\left(\dfrac{b}{a}\right)^m = \dfrac{b^m}{a^m}$

この性質が、m, n : 整数以外でも成立するように拡張する!

例.

$$2^{\frac12} \times 2^{\frac12} = 2^{\frac12+\frac12} = 2^1 = 2.$$

つまり、$2^{\frac12} = \sqrt{2}$.

(2回かけて2になる数).

規則的に…

$$2^2 = 4$$

$\uparrow \times 2$

$$2^{1} = 2$$

$$\boxed{2^{\frac12} =}$$

$$2^{0} = 1$$

$+1$, $+\frac12$, $+\frac12$, $\times ○$, $\times ○$, $\times 2$

$2^{\frac12}$は、2回かけて2になる数

$\rightarrow \sqrt{2}$!!

1.6 問題

以下の値を求めよ.

(1) $9^{\frac12}$

$$= (3^2)^{\frac12} = 3^{2\cdot\frac12} = 3$$

(2) $8^{\frac23}$

$$= 2^{3\cdot\frac23} = 2^2 = 4$$

(3) $81^{-\frac14} = (3^4)^{-\frac14}$

$$= 3^{-1} = \frac13$$

(4) $125^{\frac43} = (5^3)^{\frac43}$

$$= 5^4 = 25^2 = 625$$

(5) $3^{\frac32} \times 9^{\frac14} \times 81^{-\frac38}$

$$= 3^{\frac32} \times 3^{2\cdot\frac14} \times 3^{4\cdot\frac{-3}{8}}$$

$$= 3^{\frac32+\frac12-\frac32} = 3^{\frac12}$$

(6) $2^{\frac52} \times 8^{\frac34} \div 4^{-\frac14}$

$$= 2^{\frac52} \times 2^{3\cdot\frac34} \times 4^{\frac14}$$

$$= 2^{\frac52} \times 2^{\frac94} \times 2^{\frac12}$$

$$= 2^{\frac52+\frac94+\frac12}$$

$$= 2^{3+2+\frac14} = 2^{\frac{21}{4}}$$

1.7 根号拡張

$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$. ← 指数の拡張より。

2回かけて2になる数のうち、正のもの。

同じように…

$2^{\frac{1}{3}}$ … 3回かけて2になる数のうち正のもの。

これを $\sqrt[3]{2}$ と書く。

一般化

$$\boxed{2^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{2}}$$

計算するときは、指数の形にする方がeasy?

1.8 問題

以下の値を求めよ.

(1) $\sqrt[3]{8}$

$= 8^{\frac{1}{3}}$

$= 2^{3\cdot\frac{1}{3}} = \underline{2}$

(2) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = (2^{-4})^{\frac{1}{4}} = 2^{-1}$

$= \underline{\frac{1}{2}}$

(3) $\sqrt[4]{81} = (3^4)^{\frac{1}{4}}$

$= \underline{3}$

(4) $\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{2} = 4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}$

$= (2^2)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^1 = \underline{2}$

(5) $(\sqrt[2]{5})^2 = (5^{\frac{1}{2}})^2 = \underline{5}$

(6) $\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{32}} = \dfrac{2^{\frac{1}{4}}}{(2^5)^{\frac{1}{4}}} = \left(\dfrac{2}{2^5}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= (2^{-4})^{\frac{1}{4}} = 2^{-1} = \underline{\frac{1}{2}}$

(7) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \left(\left(2^6\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= 2^{6\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = \underline{2}$

(8) $\sqrt[4]{5} \div \sqrt{5} \times \sqrt[8]{5}$

$= 5^{\frac{1}{4}} \times 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{8}}$

$= 5^{\frac{2}{8}-\frac{4}{8}+\frac{1}{8}} = \underline{5^{-\frac{1}{8}}}$

2　指数関数

2.1　グラフ

指数関数

$$y = a^x$$

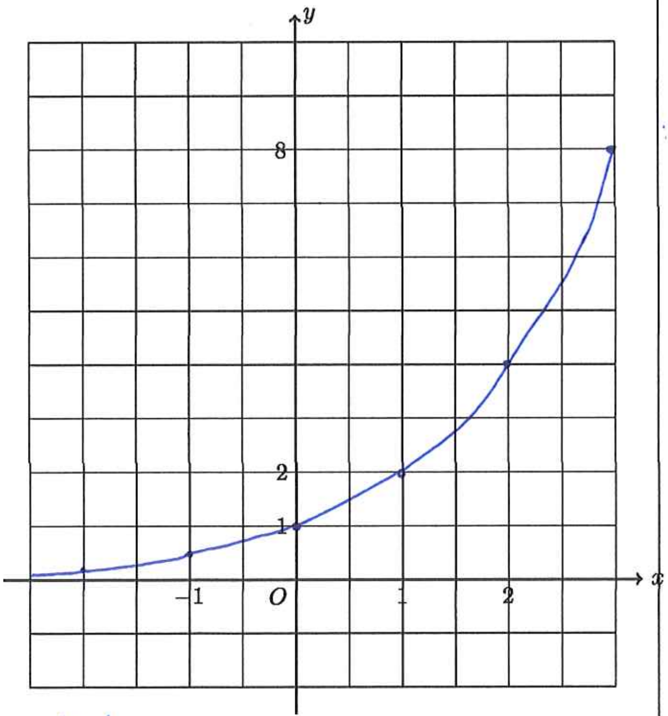
について考える．($a > 0, a \neq 1$ とする．)

指数関数 $y = a^x$ について，a を，＿底＿という．

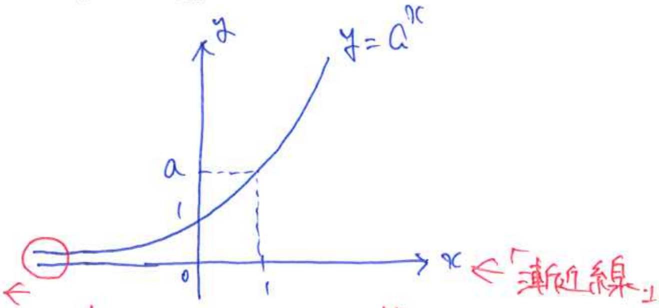
これまで，新しい関数のグラフを描くとき，まず表を描いていた．
今回も同じ手順を踏む．

(1) $y = 2^x$ について．

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	2	4



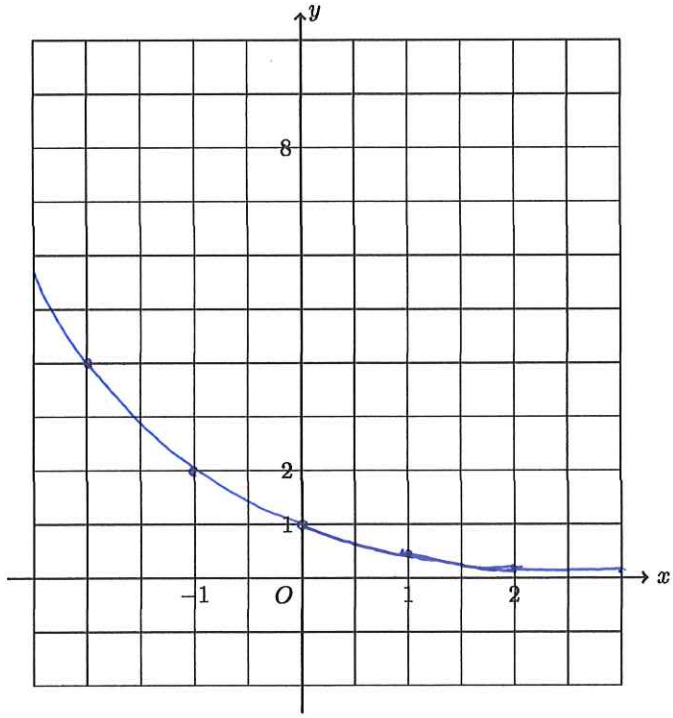
【$a>1$ のとき】



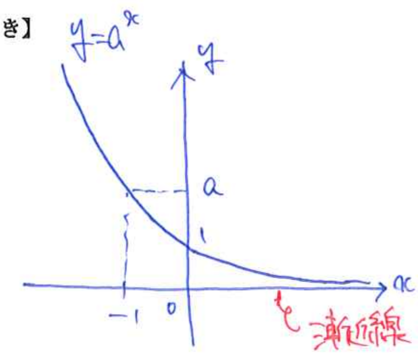
x軸にどんどん近づいていくが，
交わりはしない．

(2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ について．

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
y	4	2	$\sqrt{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



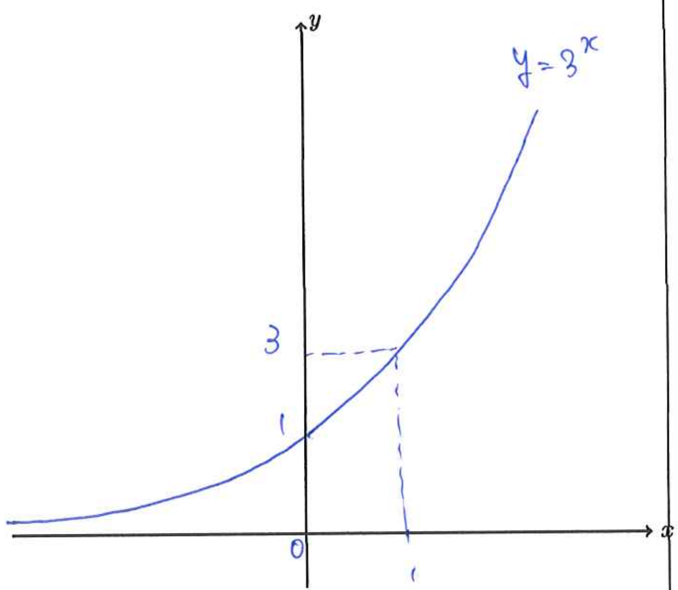
【$0<a<1$ のとき】



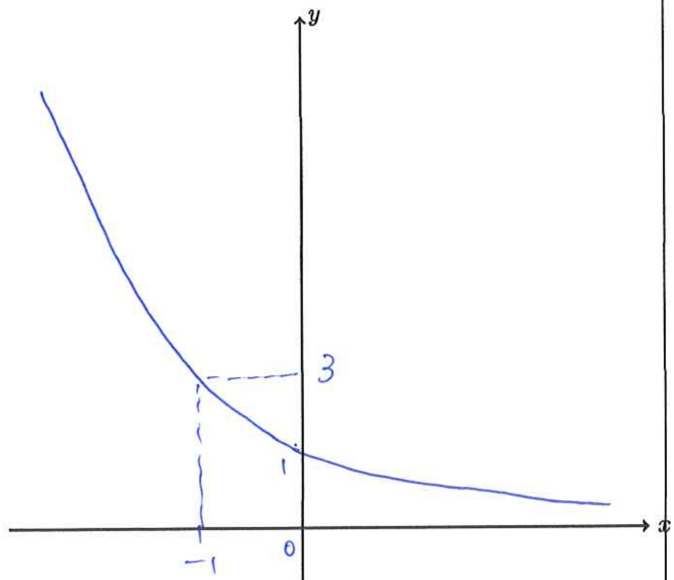
2.2　問題

以下のグラフを描け．

(1) $y = 3^x$



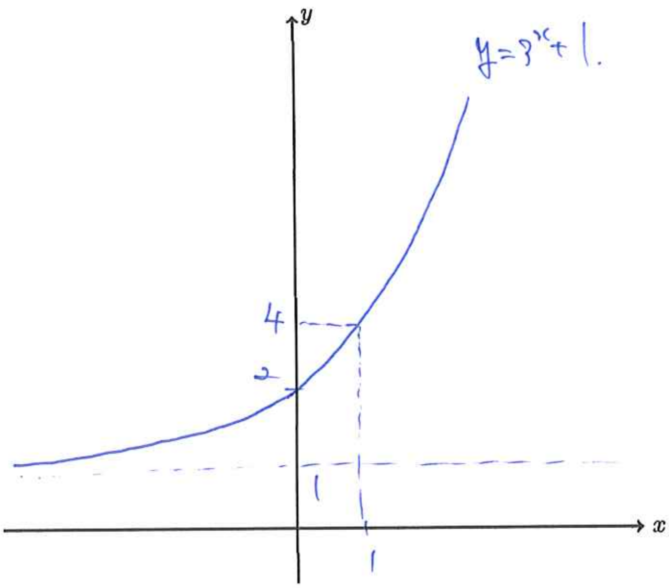
(2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$



2.3　問題 (平行移動)　y軸方向に+1.

以下のグラフを描け．

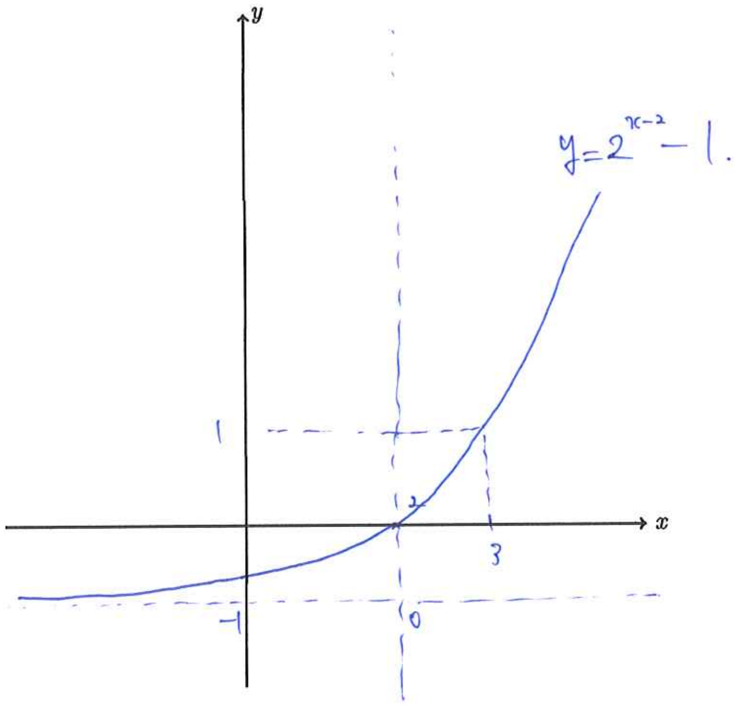
(1) $y = 3^x + 1$



x軸方向+2

y軸方向−1.

(2) $y = 2^{(x-2)} - 1$



2.4　大小関係比較

例題

以下の 3 つの数の大小関係を不等号を用いて表せ.

$$\sqrt{3},\quad \sqrt[3]{9},\quad \sqrt[5]{27}$$

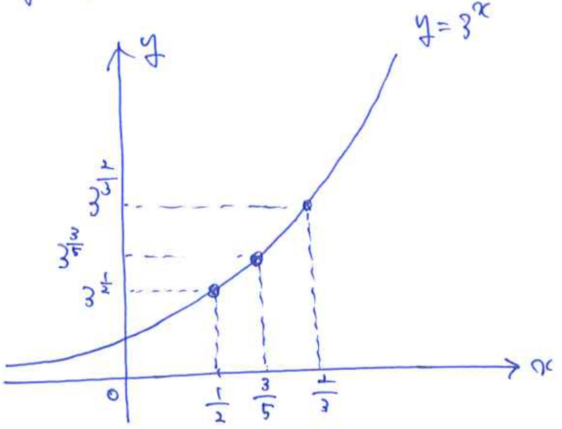
◎ グラフ上で比較!!

$$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{9} = (3^2)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[5]{27} = (3^3)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{3}{5}}$$

$y = 3^x$ について.



上グラフより.

$$3^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{3}{5}} < 3^{\frac{2}{3}}$$

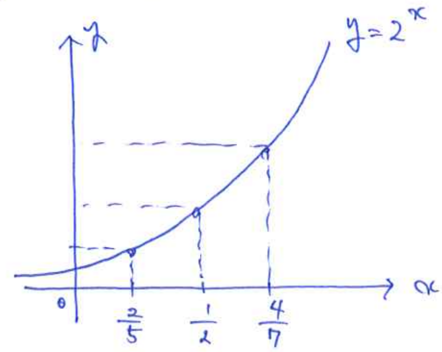
$$\therefore\ \sqrt{3} < \sqrt[5]{27} < \sqrt[3]{9}$$

2.5　問題

以下の数の大小関係を不等号を用いて表せ.

(1) $\sqrt{2},\ \sqrt[5]{4},\ \sqrt[7]{16}$

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}},\quad \sqrt[5]{4} = 2^{\frac{2}{5}},\quad \sqrt[7]{16} = 2^{\frac{4}{7}}$$



上図より.

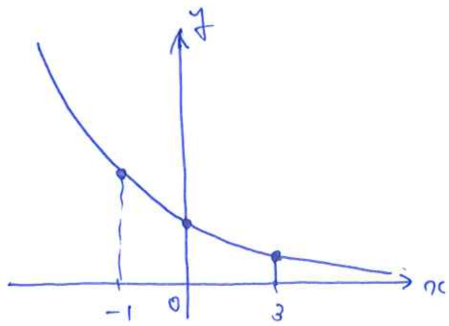
$$2^{\frac{2}{5}} < 2^{\frac{1}{2}} < 2^{\frac{4}{7}}$$

$$\therefore\ \sqrt[5]{4} < \sqrt{2} < \sqrt[7]{16}$$

(2) $1,\ 0.5^3,\ 0.5^{-1}$

$0.5 = \frac{1}{2}$

$$1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0,\quad 0.5^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3,\quad 0.5^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1},$$



上図より.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^0 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$\therefore\ 0.5^3 < 1 < 0.5^{-1}$$

2.6　方程式

例題
以下の方程式を解け．

$\bigcirc^{\triangle} = \bigcirc^{\square}$

合わせて指数部の比較!!

$$16^x = 8$$

$16^x = (2^4)^x = 2^{4x}$

$8 = 2^3$

$\therefore\ 2^{4x} = 2^3$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$ //

(1) $9^x = 27$

$9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$

$27 = 3^3$

$\therefore\ 3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$　　$x = \frac{3}{2}$ //

(2) $2^{x+1} = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{8} = 2^{-3}$

$\therefore\ 2^{x+1} = 2^{-3}$

$x+1 = -3$

$x = -4$ //

(3) $2^{x+1} = 8^x$

$8^x = (2^3)^x$

$= 2^{3x}$

$\therefore\ 2^{x+1} = 2^{3x}$

$x+1 = 3x$

$x = \frac{1}{2}$ //

2.7　不等式

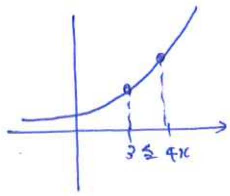
例題
以下の方程式を解け．

$$16^x \geqq 8$$

$16^x = 2^{4x}$

$8 = 2^3$

$2^{4x} \geqq 2^3$



左図より　$3 \leqq 4x$

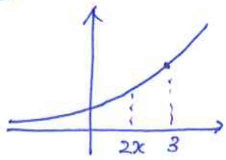
$\therefore\ \frac{3}{4} \leqq x$ //

(1) $9^x \leqq 27$

$9^x = 3^{2x}$

$27 = 3^3$

$3^{2x} \leqq 3^3$



左図より

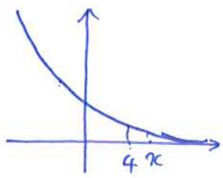
$2x \leqq 3$

$\therefore\ x \leqq \frac{3}{2}$ //

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leqq \frac{1}{16}$

$\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leqq \left(\frac{1}{2}\right)^4$



左図より

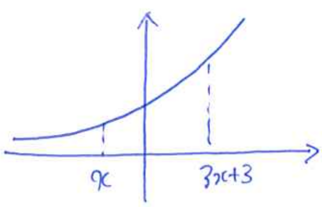
$4 \leqq x$ //

(3) $2^x \leqq 8^{x+1}$

$8^{x+1} = (2^3)^{x+1}$

$= 2^{3x+3}$

$2^x \leqq 2^{3x+3}$



左図より

$x \leqq 3x+3$

$-3 \leqq 2x$

$-\frac{3}{2} \leqq x$ //

2.8 二次関数への帰着問題

問題

以下の方程式・不等式を解け．($0 \leqq x < 2\pi$ とする．)

(1) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

$\sin x = t$ とおく．

$0 \leq x < 2\pi$ より

$-1 \leq \sin x \leq 1$． ∴ $-1 \leq t \leq 1$

$2t^2 - 3t + 1 = 0$

$(2t-1)(t-1) = 0$

$t = \frac{1}{2}, 1$．

∴ $\sin x = \frac{1}{2}$．i.e. $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$

$\sin x = 1$ i.e. $x = \frac{\pi}{2}$

以上より $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{\pi}{2}$ //

(2) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 > 0$

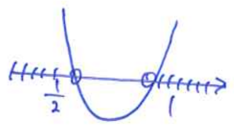
$\sin x = t$ とおく．

$0 \leq x < 2\pi$ より

$-1 \leq \sin x \leq 1$． ∴ $-1 \leq t \leq 1$． —①

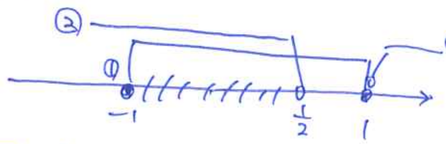
$2t^2 - 3t + 1 > 0$

$(2t-1)(t-1) > 0$



$t < \frac{1}{2}, 1 < t$ —②

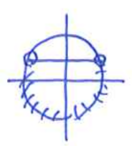
①，②より



図より

$-1 \leq t < \frac{1}{2}$

$-1 \leq \sin x < \frac{1}{2}$



よって．$0 \leq x < \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$ //

例題

以下の方程式・不等式を解け．

(1) $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$

$2^x = t$ とおくと． $t > 0$．

$t^2 - 5t - 24 = 0$

$(t+3)(t-8) = 0$

$t > 0$ より $t = 8$

∴ $2^x = 8$

$x = 3$ //

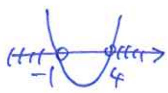
(2) $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 > 0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x - 4 > 0$

$2^x = t$ とおくと． $t > 0$．—①

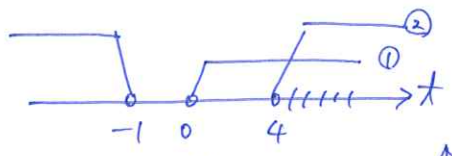
$t^2 - 3t - 4 > 0$

$(t-4)(t+1) > 0$



$t < -1, 4 < t$ —②

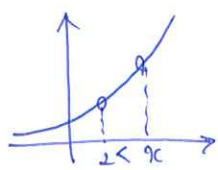
①，②より



$4 < t$

∴ $4 < 2^x$

$2^2 < 2^x$



よって

$2 < x$ //

2.9 練習問題

以下の方程式・不等式を解け．

(1) $9^x - 7\cdot 3^x - 18 = 0$

$(3^x)^2 - 7\cdot 3^x - 18 = 0$

$3^x = t$ とおくと．$t > 0$．

$t^2 - 7t - 18 = 0$

$(t-9)(t+2) = 0$

$t > 0$ より $t = 9$．

$\therefore\ 3^x = 9$

$\underline{x = 2}$ //

(2) $2\cdot 4^x - 9\cdot 2^x + 4 = 0$

$2\cdot(2^x)^2 - 9\cdot 2^x + 4 = 0$

$2^x = t$ とおくと $t > 0$．

$2t^2 - 9t + 4 = 0$

$(2t-1)(t-4) = 0$

$t > 0$ より

$t = \frac{1}{2}, 4$

$\therefore\ 2^x = \frac{1}{2}, 4$

$\underline{x = -1, 2}$ //

(3) $4^x - 6\cdot 2^x - 16 \leqq 0$

$(2^x)^2 - 6\cdot 2^x - 16 \leqq 0$．

$2^x = t$ とおくと $t > 0$ ―①．

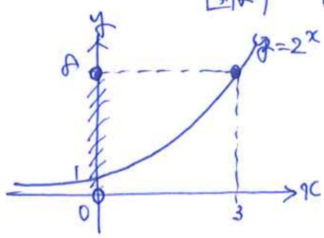
$t^2 - 6t - 16 \leqq 0$

$(t-8)(t+2) \leqq 0$

$-2 \leqq t \leqq 8$ ―②

①，②より．

図より $0 < t \leqq 8$



$0 < 2^x \leqq 8$

左図より．

$\underline{x \leqq 3}$ //

(4) $9^x - 8\cdot 3^x - 9 < 0$

$(3^x)^2 - 8\cdot 3^x - 9 < 0$

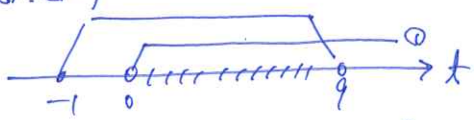
$3^x = t$ とおくと $t > 0$ ―①

$t^2 - 8t - 9 < 0$

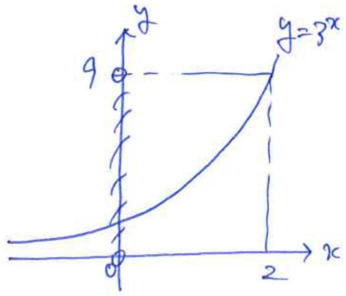
$(t-9)(t+1) < 0$

$-1 < t < 9$ ―②

①，②より



図より $0 < t < 9$．



$0 < 3^x < 9$．

左図より

$\underline{x < 2}$ //

3　日常生活

3.1　ドラえもん

(1) 羽二重餅に, ドラえもんの秘密道具「バイバイん」を使った. 以下の問いに答えよ.

> 「バイバイん」の効果
>
> 増やしたい物に一滴垂らすと 5 分ごとに数が倍に増える. ただし, 増やした物は何らかの方法で処分しない限り無限に増殖し続ける.
> (Wikipedia より)

(a) 30 分放置した場合, 羽二重餅は何個になるか.

$5 \times 6 = 30$分.

×2　×2　×2　…

6回

$\therefore\ 2^6 = \underline{64コ}$

(b) 1 時間放置した場合, 羽二重餅は何個になるか.

1時間 = 60分.

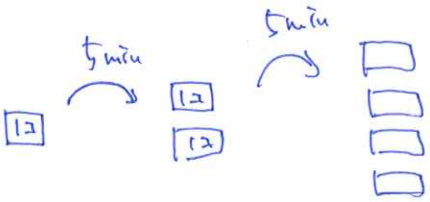
60分 = 5×12

$\therefore$ 12回 2倍になる。

$2^{12} = 1024 \times 4$

$= 4096$.

$\underline{4096コ}$



(c) 羽二重餅を 1024 個得るためには, 何分待つ必要があるか.

$2^{10} = 1024$. より.

10回分の 2倍を待てばいい.

$5 \times 10 = 50$.

$\therefore\ \underline{50分}$

(d) 羽二重餅を 2^{30} 個 ($= 1,073,741,824$ 個) 以上得るには, 最低何分待つ必要があるか.

5min × x分待つとき,
羽二重もちは, 2^x コ.

$2^x \geqq 2^{30}$ をみたす x を求めればよいので.

$x \geqq 30$

$\therefore$ xの最小値は30

$\therefore\ 30 \times 5 = \underline{150分待てばよい}$

3.2 おかね

S&P500 株価指数は, 1957 年に導入されて, 年平均で約 10% の上昇率である.
S&P500 をベンチマークとする ETF(上場投資信託) に投資することを考える. 以下の問いに答えよ.
(ただし簡単のため, 年率は 10% の固定で考える.)

(1) 100 万円の投資をした際, 1 年後の評価額はいくらか.

1年で10%上昇.
i.e. 1.1倍.

$100万 \times 1.1 = \underline{110万}$

(2) 100 万円の投資をした際, 2 年後の評価額はいくらか.

$\boxed{¥} \xrightarrow{\times 1.1} \boxed{} \xrightarrow{\times 1.1} \boxed{}$

$100万 \times (1.1)^2 = \underline{121万円}$

(3) 100 万円の投資をした際, 10 年後の評価額はいくらか.

$100万 \times (1.1)^{10} \fallingdotseq 100万 \times 2.593$
$\fallingdotseq \underline{259万円}$

(4) 1000 万円の投資をした際, 評価額が 2000 万円を超えるのは, 何年後か.

x年後とする.

$1000万 \times (1.1)^x \geqq 2000万.$

$(1.1)^x \geqq 2$ をみたす最小のxを求める.

$1.1^7 = 1.948$
$1.1^8 = 2.143$ より

xの最小値は8.

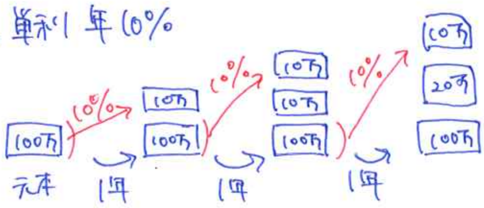
$\therefore \underline{8年後}$

3.2.1 いろいろなおはなし

◎ 利息・年利について.

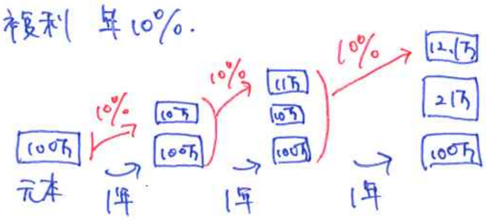
○ 単利.
…元本にのみ利息をつける.

ex. 単利 年10%



○ 複利
…元本+利息に利息をつける.

ex. 複利 年10%.



○ 72の法則.

資産運用において, 元本が2倍になる
年利・年数が簡単に求められる法則.

年利(%) × 年数 = 72

ex.
年利 2% のとき. $2 \times 36 = 72$
→ 36年で2倍になる.

4 演習問題

4.1 例題

(1) 関数 $y = 4^x - 2^{x+2} + 1 \ (-3 \leqq x \leqq 4)$ の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ.

$y = 4^x - 2^{x+2} + 1.$

$= (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 1.$

$2^x = t$とおくと. $-3 \leq x \leq 4$より

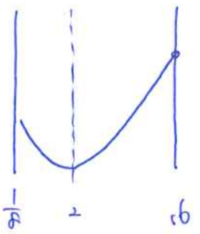
$\frac{1}{8} \leq 2^x \leq 16.$

$\therefore \frac{1}{8} \leq t \leq 16.$

$y = t^2 - 4t + 1.$

$= (t-2)^2 - 3.$

軸 $t = 2$.



左図より

$t=2$で Min -3.

$t=16$で Max 14^2-3

ここで、$t=2$のとき $2^x = 2$.

$\therefore x = 1.$

$t=16$のとき $2^x = 16$

$\therefore x = 4$

よって.

$x=1$で Min -3.

$x=4$で Max. 193

(2) 関数 $y = 4^x + 4^{-x} - 2(2^x + 2^{-x}) + 1$ について, 以下の問いに答えよ.

(a) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおく. x が全ての実数を動くとき, t の値の範囲を求めよ.

相加相乗平均の関係から.

$\frac{2^x + 2^{-x}}{2} \geq \sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 1.$

$\therefore 2^x + 2^{-x} \geq 2$

等号成立は $x=0$.

よって. $t \geq 2$

(b) $4^x + 4^{-x}$ を t を用いて表せ.

$(2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} + 4^{-x}$

$= 4^x + 2 + 4^{-x}$

$\therefore 4^x + 4^{-x} = (2^x + 2^{-x})^2 - 2 = t^2 - 2.$

(c) y を t の関数として表せ.

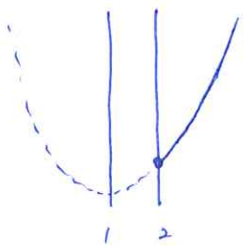
$y = (t^2 - 2) - 2t + 1.$

$= t - 2t - 1.$

(d) y の最小値と, そのときの x の値を求めよ.

$y = (t-1)^2 - 2.$

軸 $t = 1.$



左図より $t=2$で Min. -1.

$t=2$のとき.

$2^x + 2^{-x} = 2.$

$x = 0$

よって. $x=0$で Min -1

4.2 問題

(1) 関数 $y = 9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 2$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$ の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ.

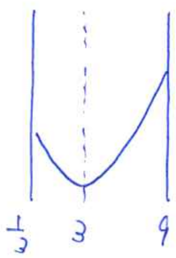
$$y = 9^x - 2\cdot 3^{x+1} - 2$$
$$= (3^x)^2 - 6\cdot 3^x - 2$$

$3^x = t$ とおくと　$-1 \leq x \leq 2$ より.

$$\frac{1}{3} \leq 3^x \leq 9$$
$$\therefore \frac{1}{3} \leq t \leq 9$$

$$y = t^2 - 6t - 2$$
$$= (t-3)^2 + 7.$$

軸 $t=3$.



左図より

$t=3$で Min 7

$t=9$で Max 43.

ここで　$t=3$のとき $3^x = 3$.

$x=1$.

$t=9$のとき $3^x = 9$

$x=2$.

よって

$x=1$で Min 7

$x=2$で Max 43

(2) 関数 $y = 9^x + 9^{-x} + 4(3^x + 3^{-x}) - 1$ について, 以下の問いに答えよ.

(a) $t = 3^x + 3^{-x}$ とおく. x が全ての実数を動くとき, t の値の範囲を求めよ.

相加相乗平均の関係から.

$$\frac{3^x + 3^{-x}}{2} \geq \sqrt{3^x \cdot 3^{-x}} = 1.$$
$$3^x + 3^{-x} \geq 2.$$

等号成立は $x=0$.

$$\therefore \quad t \geqq 2$$

(b) $9^x + 9^{-x}$ を t を用いて表せ.

$$(3^x + 3^{-x})^2 = 9^x + 2\cdot 3^x \cdot 3^{-x} + 9^{-x}$$
$$\therefore 9^x + 9^{-x} = (3^x - 3^{-x})^2 - 2$$
$$= t^2 - 2$$

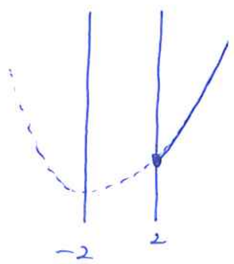
(c) y を t の関数として表せ.

$$y = (t^2 - 2) + 4t - 1.$$
$$= t^2 + 4t - 3$$

(d) y の最小値と, そのときの x の値を求めよ.

$$y = t^2 + 4t - 3$$
$$= (t+2)^2 - 1.$$

軸 $t = -2$.



左図より

$t=2$で Min 15.

$t=2$のとき

$3^x + 3^{-x} = 2$.

$x=0$

よって $x=0$で Min 15