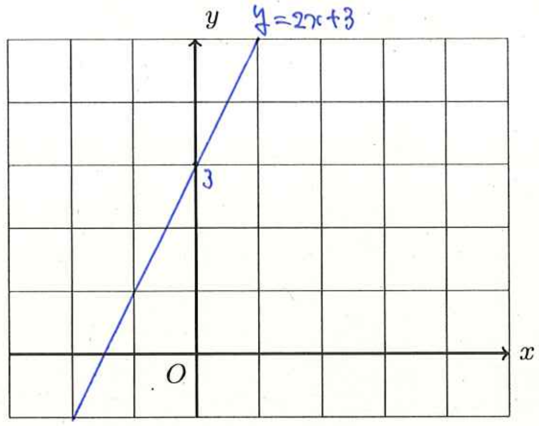
二次関数 事前学習

組　　　番 氏名

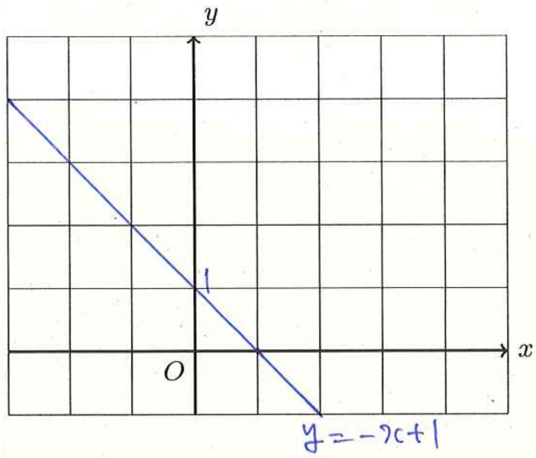
1　中学校の復習 etc

$\boxed{1}$ 以下のグラフを描け．

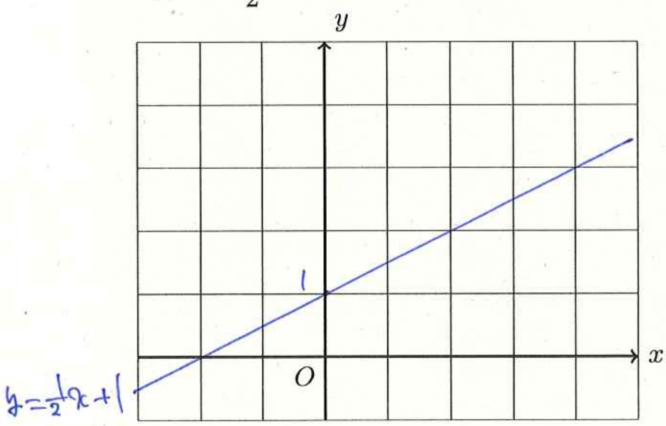
(1) $y = 2x + 3$



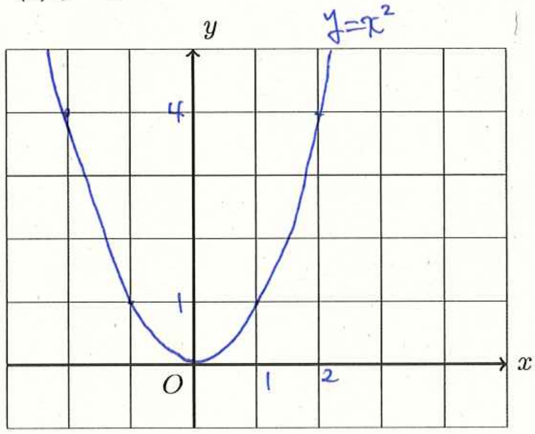
(2) $y = -x + 1$



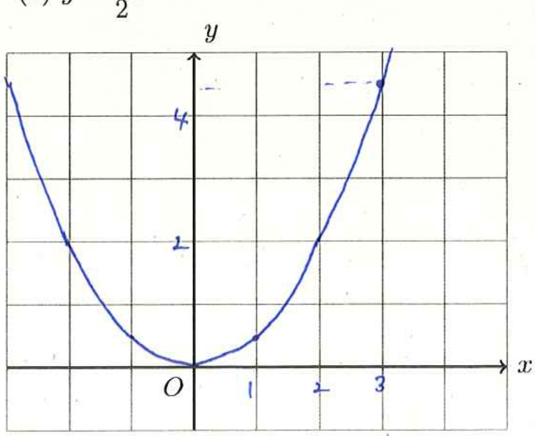
(3) $y = \frac{1}{2}x + 1$



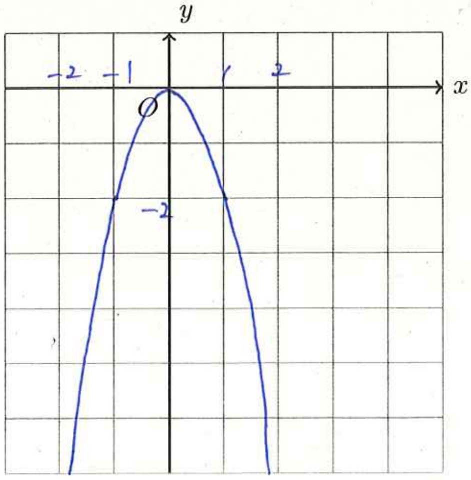
(4) $y = x^2$



(5) $y = \frac{1}{2}x^2$



(6) $y = -2x^2$



2 以下の2点を通る直線の方程式を求めよ.

(1) $(2,0),(0,4)$

求める直線の方程式を $y=ax+b$ とおく.

$(2,0)$ を通るので

$0=2a+b$

$(0,4)$ を通るので

$4=b$

連立して $\begin{cases} 2a+b=0 \\ b=4 \end{cases}$

解くと $a=-2$, $b=4$

∴ 求める直線の方程式は $\underline{y=-2x+4}$ //

(2) $(1,2),(5,10)$

求める直線の方程式を $y=ax+b$ とおく.

$(1,2)$ を通るので,

$2=a+b$

$(5,10)$ を通るので

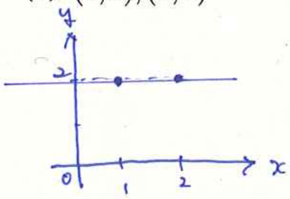
$10=5a+b$.

連立して. $\begin{cases} a+b=2 \\ 5a+b=10 \end{cases}$

解くと $a=2$, $b=0$.

∴ 求める直線の方程式は $\underline{y=2x}$ //

(3) $(1,2),(2,2)$



左図より. 求める直線の方程式は

$\underline{y=2}$ //

3 以下の二次方程式を解け. 【CONNECT 数 I 167~170 で計算力 UP！】

(1) $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

∴ $\underline{x=-1}$ //

(2) $4x^2+5x+1=0$

$(4x+1)(x+1)=0$

$\underline{x=-\frac{1}{4},\ -1}$ //

(3) $x^2-2x-1=0$

解の公式

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\frac{2\pm2\sqrt{2}}{2}=\underline{1\pm\sqrt{2}}$$ //

(4) $3x^2+4x-1=0$

解の公式

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+12}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{28}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm2\sqrt{7}}{2}=\underline{-2\pm\sqrt{7}}$$ //

4 以下の不等式・連立不等式を解け.

(1) $2x+3<x+5$

$2x-x<5-3$

$\underline{x<2}$ //

(2) $3x-5\geqq 5x+11$

$3x-5x\geqq 11+5$

$-2x\geqq 16$

$\underline{x\leqq -8}$ //

(3) $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}\leqq\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{6}$

$6\times\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)\leqq 6\times\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}\right)$

$3x+2\leqq 2x-1$

$3x-2x\leqq -1-2$

$\underline{x\leqq -3}$ //

(4) $\begin{cases} 3x-1> x+1 & — ① \\ x+7\geqq 6x-13 & — ② \end{cases}$

① $3x-1>x+1$

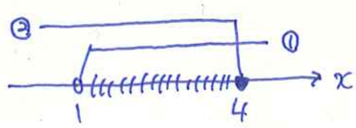
$2x>2$

$x>1$

② $x+7\geqq 6x-13$

$-5x\geqq -20$

$x\leqq 4$



上図より 共通部分は

$\underline{1<x\leqq 4}$ //

苦手な人は… 【CONNECT 数 I 71~75 で練習！】

2　関数とグラフ

P86～P90 を参照し, 下の欄に用語等をまとめる.

2.1 確認問題

$\boxed{1}$ 関数 $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ について, 以下の値を求めよ.

(1) $f(1)$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 4$$
$$= 2 + 3 - 4 = \underline{1}$$

(2) $f(-2)$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 4$$
$$= 8 - 6 - 4 = \underline{-2}$$

(3) $f(a)$

$$f(a) = \underline{2 \cdot a^2 + 3a - 4}$$

(4) $f(a+1)$

$$f(a+1) = 2(a+1)^2 + 3(a+1) - 4$$
$$= 2(a^2 + 2a + 1) + 3a + 3 - 4$$
$$= 2a^2 + 4a + 2 + 3a + 3 - 4$$
$$= \underline{2a^2 + 7a + 1}$$

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ について, 以下の値を求めよ.

(1) $f(1)$

$$f(1) = -1^2 - 2 \cdot 1 + 3$$
$$= -1 - 2 + 3 = \underline{0}$$

(2) $f(-3)$

$$f(-3) = -(-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 3$$
$$= -9 + 6 + 3 = \underline{0}$$

(3) $f(a+1)$

$f(x) = -(x+3)(x-1)$ より

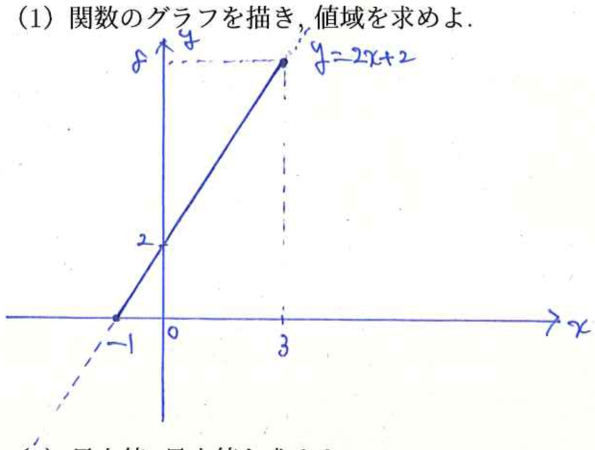
$$f(a+1) = -(a+1+3)(a+1-1)$$
$$= -(a+4) \cdot a = \underline{-a^2 - 4a}$$

(4) $f(2a^2+1)$

$$f(a+1) = -(2a^2+1+3)(2a^2+1-1)$$
$$= -(2a^2+4) \cdot 2a^2$$
$$= \underline{-4a^4 - 8a^2}$$

$\boxed{3}$ $y = 2x + 2 \ (-1 \leqq x \leqq 3)$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 関数のグラフを描き, 値域を求めよ.



左図より

値域は. $0 \leqq y \leqq 8$ //

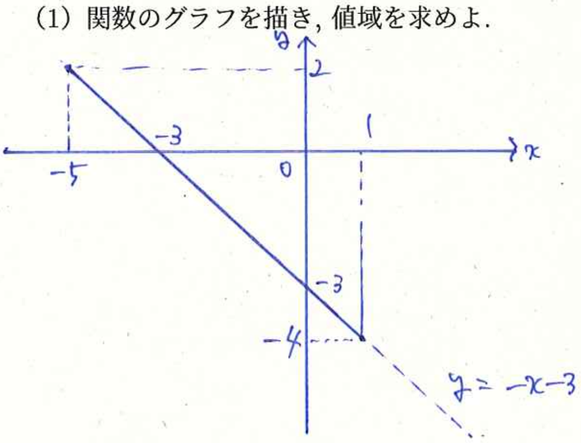
(2) 最大値, 最小値を求めよ.

上図より. 最小値 0

最大値 8 //

$\boxed{4}$ $y = -x - 3 \ (-5 \leqq x \leqq 1)$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 関数のグラフを描き, 値域を求めよ.



左図より.

値域は $-4 \leqq y \leqq 2$ //

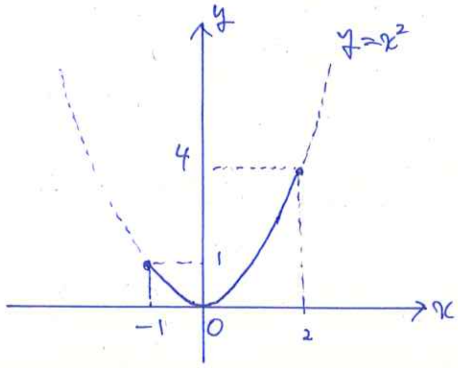
(2) 最大値, 最小値を求めよ.

上図より 最小値 −4

最大値 2 //

$\boxed{5}$ $y = x^2$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 関数のグラフを描き, 値域を求めよ.



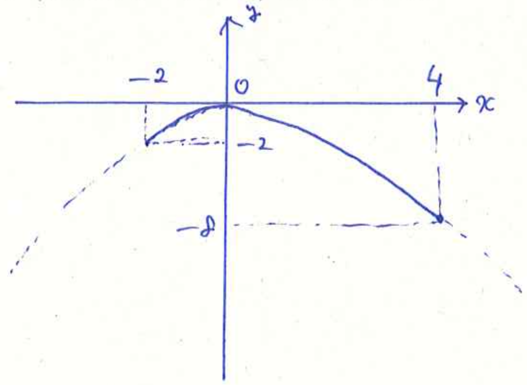
左図より
値域は $0 \leqq y \leqq 4$

(2) 最大値, 最小値を求めよ.

上図より 最小値 0.
最大値 4

$\boxed{6}$ $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ $(-2 \leqq x \leqq 4)$ について, 以下の問いに答えよ.

(1) 関数のグラフを描き, 値域を求めよ.



左図より
値域は $-8 \leqq y \leqq 0$.

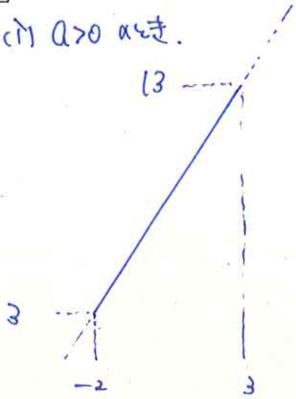
(2) 最大値, 最小値を求めよ.

上図より. 最小値 −8
最大値 0

2.2　本質的問題

$\boxed{1}$ 関数 $y = ax + b \ (-2 \leqq x \leqq 3)$ の値域が $3 \leqq y \leqq 13$ となるように, 定数 a, b の値を求めよ.

(i) $a>0$ のとき.



左図より

$x=-2$ で $y=3$.

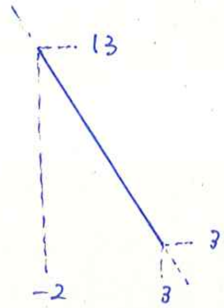
$x=3$ で $y=13$.

i.e. $\begin{cases} 3 = -2a + b \\ 13 = 3a + b \end{cases}$

解くと

$a=2, \ b=7$

(ii) $a<0$ のとき.



左図より

$x=-2$ で $y=13$

$x=3$ で $y=3$

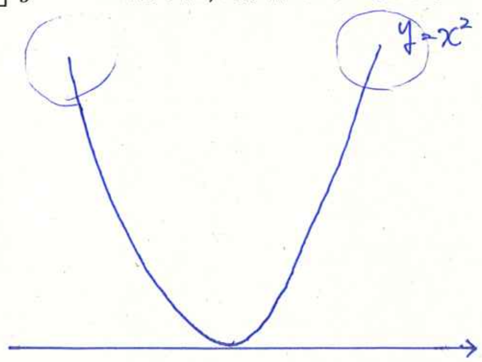
i.e. $\begin{cases} 13 = -2a + b \\ 3 = 3a + b \end{cases}$

解くと

$a=-2, \ b=9$.

(i)(ii)より　$(a, b) = (2, 7), (-2, 9)$ //

$\boxed{2}$ $y = x^2$ の最小値, 最大値はあるだろうか. それぞれ検討せよ.

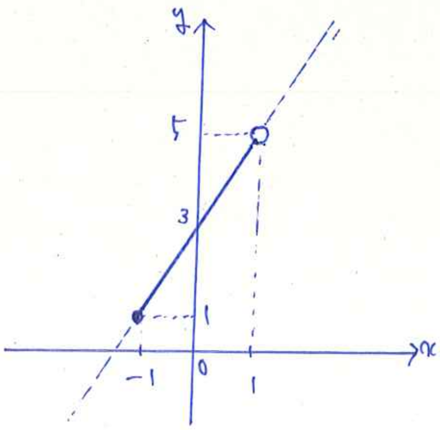


丸でかこんだ部分は、値はどんどん大きくなっていく。

∴ 最大値はない。

一方で、最小値は $x=0$ のとき 0 //

$\boxed{3}$ $y = 2x + 3 \ (-1 \leqq x < 1)$ について, 最小値, 最大値はあるだろうか. それぞれ検討せよ.



左図から、

$x=-1$ のとき $y=1$ であり、最小値 1.

定義域は $-1 \leqq x < 1$ であり、

$x=1$ をとらないので、最大値はない。 //

さらに...【CONNECT 数 I 121〜128 で基礎力 UP！】

3　2 次関数

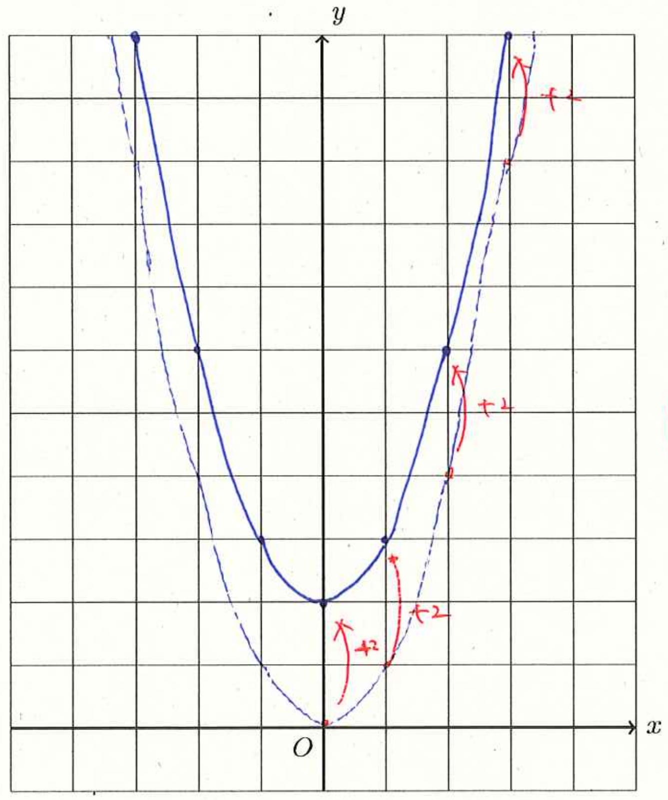
P91~P92 を参照し, 下の欄に自分の必要に応じて用語等をまとめる.

3.1 y 軸方向の平行移動

以下の 2 つのグラフを比較して, 関係性を見つける

$$y = x^2, \qquad y = x^2 + 2$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$y = x^2 + 2$	27	18	11	6	3	2	3	6	11	18	27



各点でy軸方向に+2ずつ移動

上のグラフの様子を説明すと...

$y = x^2 + 2$ のグラフは, $y = x^2$ のグラフを y 軸方向に__2__だけ平行移動させたものである.

$y = x^2 + 2$ の軸は__y軸 (x=0)__, 頂点は (__0__, __2__)

一般化すると, 以下のようになる.

y 軸方向の平行移動

2 次関数 $y = ax^2 + q$ のグラフは $y = ax^2$ のグラフを y 軸方向に__q__だけ平行移動させたものである.

$y = ax^2 + q$ の軸は__y軸 (x=0)__, 頂点は (__0__, __q__)

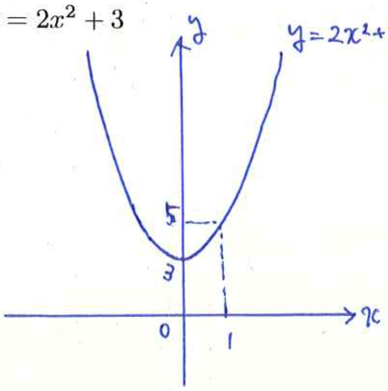
軸の書き方は「y軸」でも「x=0」でも可.

☆ グラフの描き方を学んで下さい。
「グラフを描け」という問題 → 軸，原点，頂点の座標，＋ 点（軸との共有点） を記入!!

3.1.1 練習問題

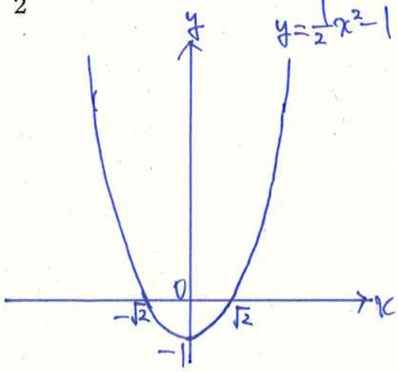
以下の二次関数のグラフを描き, その頂点と軸を求めよ.

(1) $y = 2x^2 + 3$



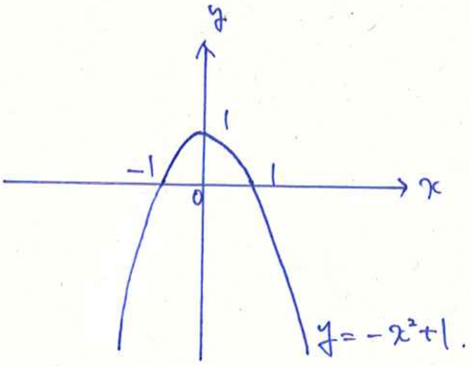
頂点 $(0, 3)$
軸 $x=0$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$



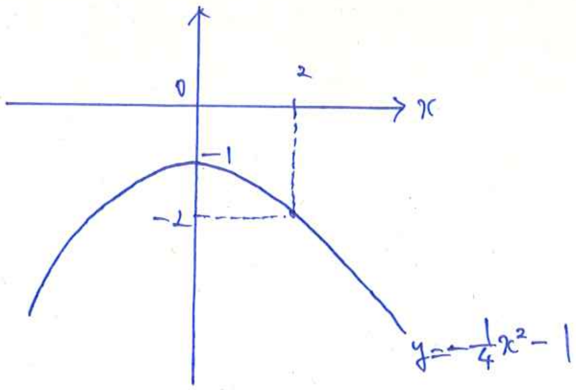
頂点 $(0, -1)$
軸 $x=0$

(3) $y = -x^2 + 1$



頂点 $(0, 1)$
軸 $x=0$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - 1$



頂点 $(0, -1)$
軸 $x=0$.

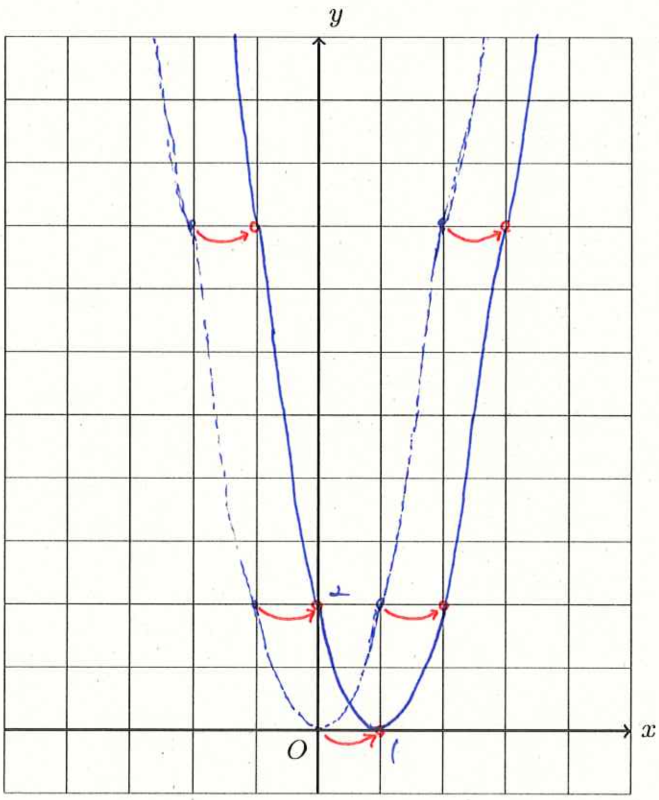
CONNECT P44. 130 で慣れよう!!

3.2　x 軸方向の平行移動

以下の 2 つのグラフを比較して, 関係性を見つける

$$y = 2x^2, \qquad y = 2(x-1)^2$$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = 2x^2$	50	32	18	8	2	0	2	8	18	32	50
$y = 2(x-1)^2$	72	50	32	18	8	2	0	2	8	18	32



上のグラフの様子を説明すると...

$y = 2(x-1)^2$ のグラフは, $y = 2x^2$ のグラフを x 軸方向に__1__だけ平行移動させたものである.

$y = 2(x-1)^2$ の軸は__$x=1$__, 頂点は (__1__, __0__)

一般化すると, 以下のようになる.

y 軸方向の平行移動

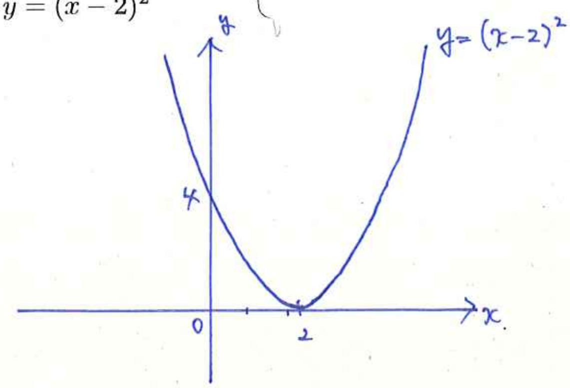
2 次関数 $y = a(x-p)^2$ のグラフは $y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に__p__だけ平行移動させたものである.

$y = a(x-p)^2$ の軸は__$x=p$__, 頂点は (__p__, __0__)

3.2.1 練習問題

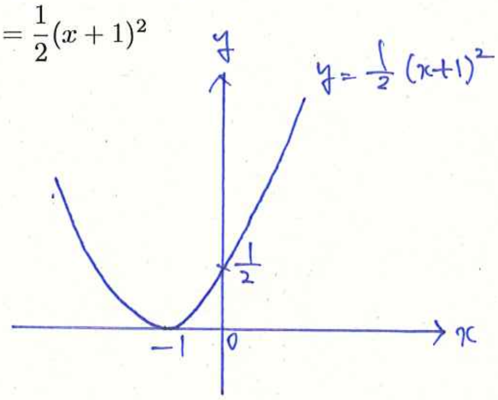
以下の二次関数のグラフを描き, その頂点と軸を求めよ.

(1) $y = (x-2)^2$



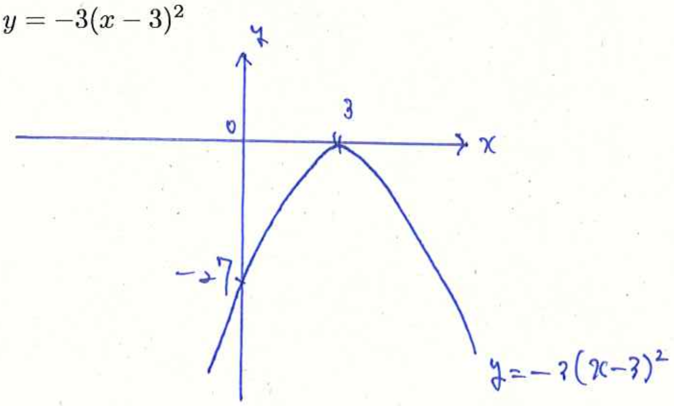
頂点 $(2, 0)$
軸 $x=2$

(2) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2$



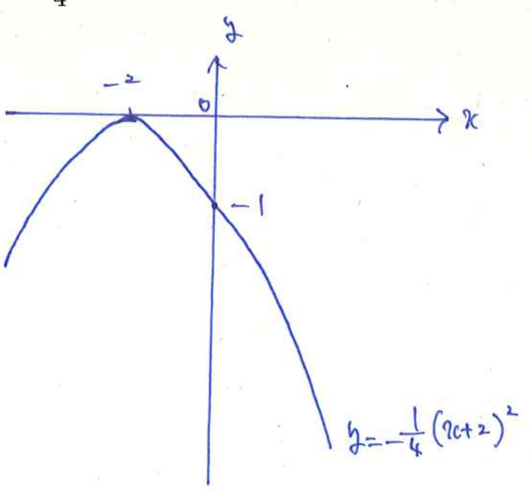
頂点 $(-1, 0)$
軸 $x=-1$

(3) $y = -3(x-3)^2$



頂点 $(3, 0)$
軸 $x=3$

(4) $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2$



頂点 $(-2, 0)$
軸 $x=-2$.

CONNECT P44. [3] で慣れよ!

3.3　x, y 軸方向の平行移動

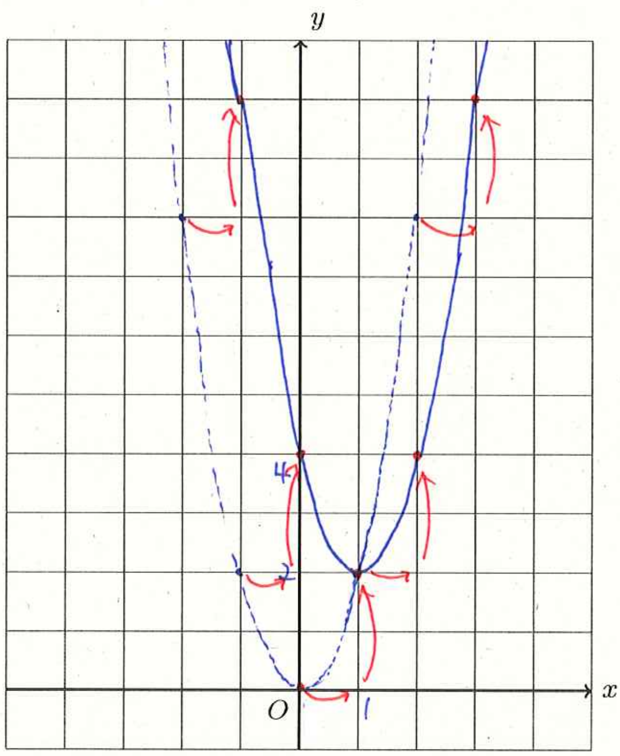
以下の 2 つのグラフを比較して, 関係性を見つける

$$y = 2x^2, \qquad y = 2\underbrace{(x-1)}_{x軸の平行移動}{}^2 + 2$$

← y軸の平行移動

この2つの合わせ技!

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = 2x^2$	50	32	18	8	2	0	2	8	18	32	50
$y = 2(x-1)^2 + 2$	74	52	34	20	10	4	2	4	10	20	34



上のグラフの様子を説明すると, $y = 2(x-1)^2 + 2$ のグラフは...
$y = 2x^2$ のグラフを x 軸方向に__1__, y 軸方向に__2__だけ平行移動させたものである.

$y = 2(x-1)^2 + 2$ の軸は__$x=1$__, 頂点は (__1__, __2__)
一般化すると, 以下のようになる.

平行移動

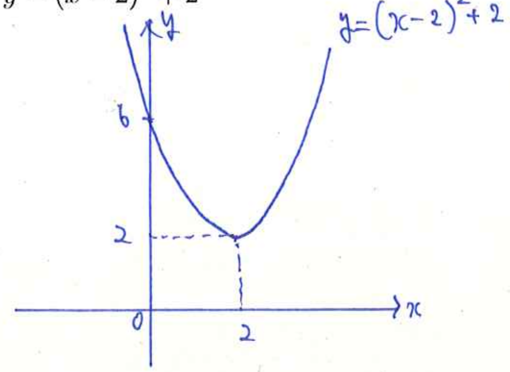
2 次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフは
$y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に__p__, y 軸方向に__q__だけ平行移動させたものである.

$y = a(x-p)^2 + q$ の軸は__$x=p$__, 頂点は (__p__, __q__)

3.3.1 練習問題

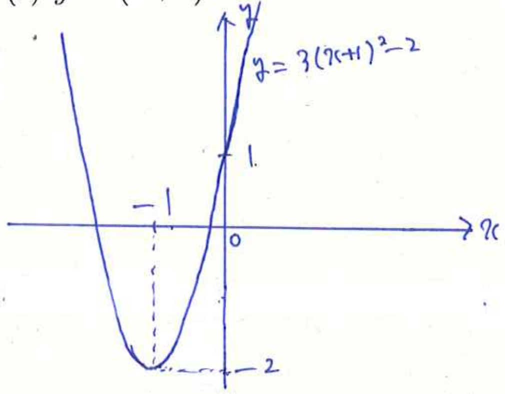
以下の二次関数のグラフを描き, その頂点と軸を求めよ.

(1) $y=(x-2)^2+2$



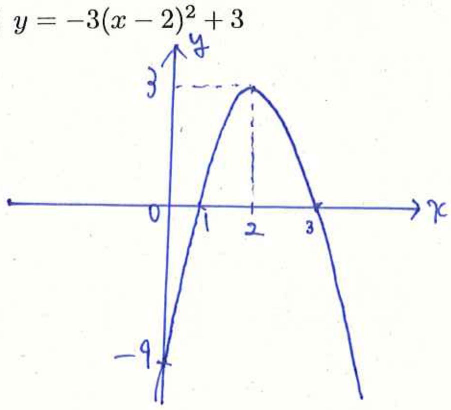
頂点 $(2, 2)$
軸 $x=2$.

(2) $y=3(x+1)^2-2$



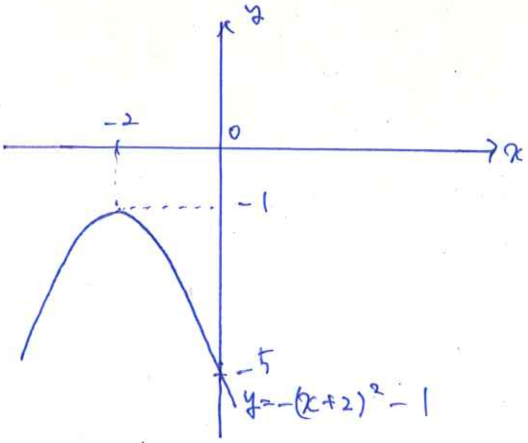
頂点 $(-1, -2)$
軸 $x=-1$.

(3) $y=-3(x-2)^2+3$



頂点 $(2, 3)$
軸 $x=2$

(4) $y=-(x+2)^2-1$



頂点 $(-2, -1)$
軸 $x=-2$.

CONNECT P45, 132で慣れる!