1　導関数

1.1　復習

確認です.

(1) 微分係数の定義

$$f'(a) =$$

(2) 導関数の定義

$$f'(x) =$$

1.2　色々考える

連続であるが, 微分可能でない x の値が存在する関数を複数描いてみよう.

1.3　練習

定義に従って...

(1) 関数 $f(x) = \sqrt{x}$ の $x = 2$ における微分係数を求めよ.

(2) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を求めよ.

2　導関数の計算

2.1　公式

まずは, 使えるようになりましょう.

定理

関数 $f(x), g(x)$ がともに微分可能であるとき,

- $\{f(x)g(x)\}' =$

- $\left\{\dfrac{1}{g(x)}\right\} =$

- $\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\} =$

合成関数の微分

関数 $y = f(u)$ が u の関数として, $u = g(x)$ が x の関数として微分可能であるとき, $y = f(g(x))$ は x の関数として微分可能で,

- $\dfrac{dy}{dx} =$

もちろん, 2 年初期に学んだ公式も成立.
有理数 p に対して,

$$(x^p)' =$$

2.2　例

微分せよ.

(1) $y = (x^2 + x)(x^3 + 4x + 2)$

(2) $y = \dfrac{1}{3x+1}$

(3) $y = \dfrac{x^2}{3x+1}$

(4) $y = (2x^2 + 1)^3$

(5) $y = x\sqrt{x^2+1}$

3　さまざまな関数の導関数

3.1　自然対数

自然対数 e を, 以下のように定義する.

$$e =$$

この値は, おおよそ

数学の世界では,

3.2　公式

以下が成立.

導関数

- $(\sin x)' =$
- $(\cos x)' =$
- $(\tan x)' =$
- $(\log x)' =$
- $(\log_a x)' =$
- $(\log |x|)' =$
- $(\log_a |x|)' =$
- $(e^x)' =$
- $(a^x)' =$

まずは, 使えるようになりましょう.

3.3 例

微分せよ.

(1) $y = 3\sin 2x$

(2) $y = \cos^3 x$

(3) $y = \tan(3x^2 + 1)$

(4) $y = x\log x - x$

(5) $y = \log|\cos x|$

(6) $y = \log_2|x^3 + 1|$

(7) $y = xe^x$

(8) $y = 3^x$

3.4　対数微分法

問題

微分せよ.

$$y = \frac{(x-1)(x+3)^3}{(x+2)^4}$$

3.5 第 n 次導関数

関数 $y = f(x)$ の導関数 $f'(x)$ が微分可能であるとき, これをさらに微分して得られる導関数を, 関数 $y = f(x)$ の第 2 次導関数といい,

のように表す.
以下, 同様に第 n 次導関数を

のように表す.
例
第 n 次導関数を求める.

(1) $f(x) = e^{-x}$

(2) $f(x) = \sin x$

練習第 2 次導関数, 第 3 次導関数を求めよ.

(1) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

(2) $f(x) = \log x$

練習第 n 次導関数を求めよ.

(1) $f(x) = x^n$

(2) $f(x) = e^{2x}$

3.6 媒介変数

導関数の記号の嬉しい点は, 分数のように扱う事ができる点である.

<u>例題</u>

x の関数 y が, t を媒介変数として, 次の式で表されるとき, $\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ.

$$x = 2\cos t, \quad y = 5\sin t$$

3.7 練習

(1) $x = t^2, \quad y = 2x + 3$

(2) $x = \dfrac{1}{cost}, y = \tan t$

4　各種証明

定理

関数 $f(x), g(x)$ がともに微分可能であるとき,

- $\{f(x)g(x)\}' =$

- $\left\{\dfrac{1}{g(x)}\right\} =$

- $\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\} =$

合成関数の微分

関数 $y=f(u)$ が u の関数として, $u=f(x)$ が x の関数として微分可能であるとき, $y=f(g(x))$ は x の関数として微分可能で,

- $\dfrac{dy}{dx}=$

導関数

- $(\sin x)' =$
- $(\cos x)' =$
- $(\tan x)' =$

導関数

- $(\log x)' =$

- $(\log_a x)' =$

- $(\log |x|)' =$

- $(\log_a |x|)' =$

- $(e^x)' =$

- $(a^x)' =$