

## 1 復習

- (1) 曲線  $y = \sqrt{x}$  上の点  $(9, 3)$  における接線, 法線の方程式を求めよ.
- (2) 曲線  $y = \cos x$  上の点  $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$  における接線, 法線の方程式を求めよ.
- (3) 曲線  $y = \log x$  について, 以下の条件を満たす接線の方程式を求めよ.
- (a) 傾きが  $e$  である
  - (b) 原点を通る

(4) 関数  $f(x) = x - e^x$  の増減を調べ,  $y = f(x)$  のグラフを描け.

(6) 関数  $y = (1 + \sin x) \cos x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) の最大値, 最小値を求めよ.

(5) 関数  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$  の極値を求めよ.

## 2 平均値の定理

### 2.1 定理

平均値の定理

### 2.2 例題

平均値の定理を用いて、以下を示せ.

$$0 < a < b \text{ のとき, } \frac{1}{b} < \frac{\log b - \log a}{b - a} < \frac{1}{a}$$

### 2.3 練習

平均値の定理を用いて、以下を示せ.

$$a < b \text{ のとき, } e^a < \frac{e^b - e^a}{b - a} < e^b$$

### 3 極値

極値をとるための必要条件

関数  $f(x)$  が  $x = a$  で微分可能であるとき,

#### 3.1 例題

関数  $f(x) = |x|\sqrt{x+1}$  の極値を求めよ.

#### 3.2 練習

関数  $f(x) = |x+1|(x+3)$  の極値を求めよ.

## 4 関数のグラフ

### 4.1 凹凸

第2次導関数の符号の表す意味

### 4.2 例題

曲線  $y = xe^{-x}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.

#### 4.3 練習

(1) 曲線  $y = xe^{-x}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.

(2) 曲線  $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.

(3) 曲線  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.

(4) 曲線  $y = \frac{x^2}{x - 1}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.

(5) 曲線  $y = x\sqrt{4-x^2}$  の増減, 凹凸, 漸近線を調べ, グラフの概形を描け.



## 5 方程式, 不等式への活用

すべて復習です.

(1)  $x > 0$  のとき,  $e^x > a + x$  が成立することを示せ.

(2)  $a$  を定数とする. 方程式  $\frac{e^x}{x} = a$  の異なる実数解の個数を求めよ.