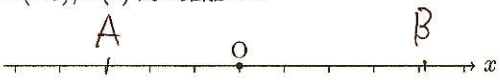
1　復習

1.1　2 点間の距離を求めよう

(1) 2 点 $A(3), B(5)$ 間の距離 AB

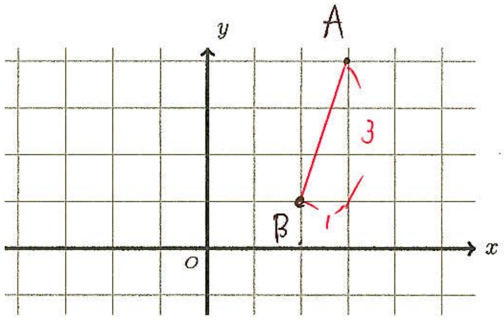
よって, AB= 2

(2) 2 点 $A(-3), B(4)$ 間の距離 AB



よって, AB= 7

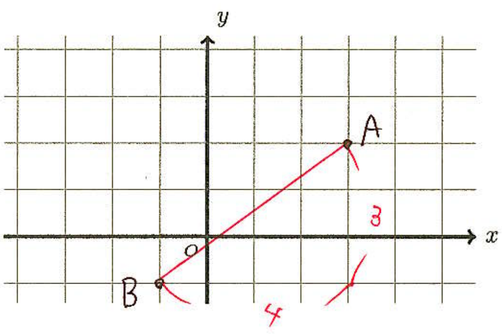
(3) 2 点 $A(3,4), B(2,1)$ 間の距離 AB



$AB^2 = 1^2 + 3^2$
$= 10$

よって, AB= $\sqrt{10}$

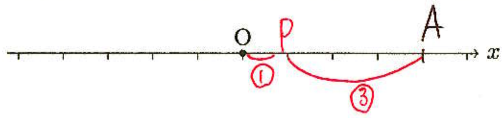
(4) 2 点 $A(3,2), B(-1,-1)$ 間の距離 AB



よって, AB= 5

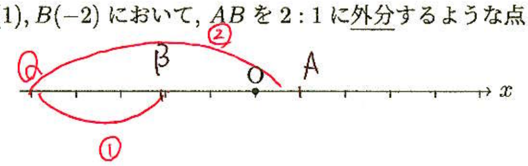
1.2　次を満たすような点の座標を求めよう.

(1) $A(4), B(0)$ において, AB を 3 : 1 に内分するような点 P



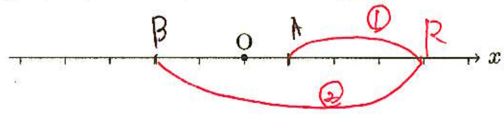
よって, 点 P の座標は 1

(2) $A(1), B(-2)$ において, AB を 2 : 1 に外分するような点 Q



よって, 点 Q の座標は -5

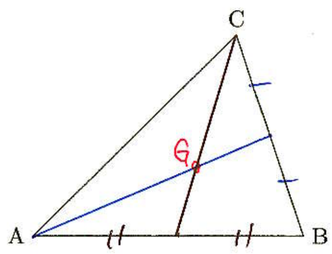
(3) $A(1), B(-2)$ において, AB を 1 : 2 に外分するような点 R



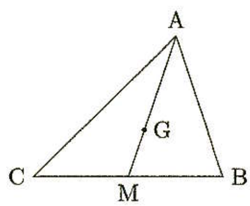
よって, 点 R の座標は 4

1.3　重心

(1) 下の三角形 ABC の重心 G を見つけよ.

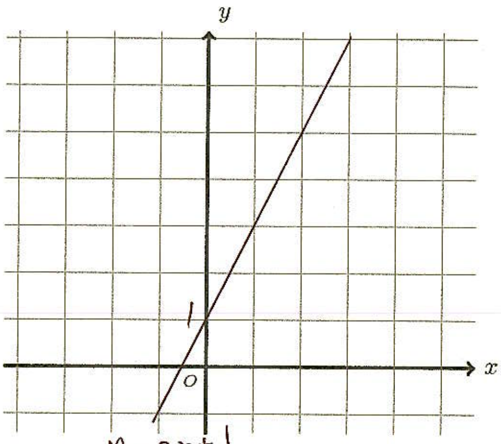


(2) G を重心とする. AG : GM = 2 : 1



1.4　直線の方程式を求めよう

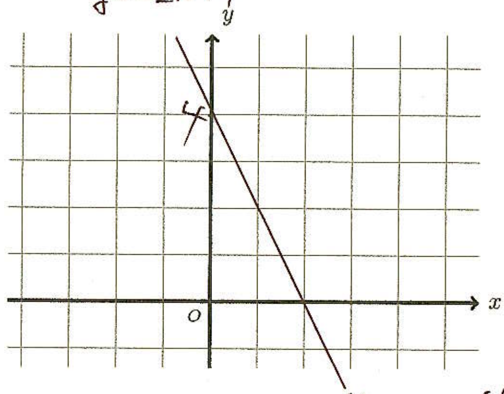
(1) 方程式 $y = 2x + 1$ の表す図形を下図に描け．



$y=2x+1$

(2) 方程式 $2x + y - 4 = 0$ の表す図形を下図に描け．

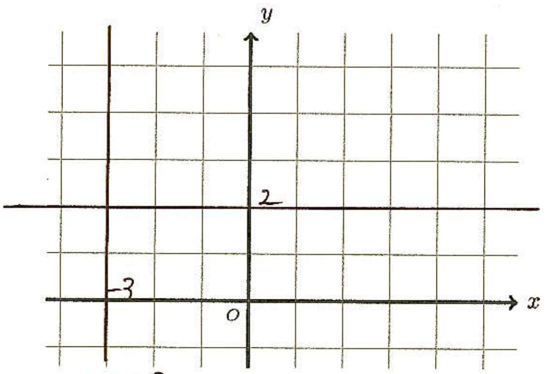
$y=-2x+4$



$y=-2x+4$

(3) 方程式 $y - 2 = 0$ の表す図形と $x + 3 = 0$ の表す図形を下図に描け．

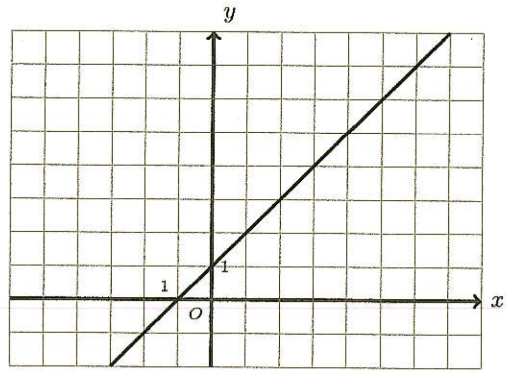
$y=2$　　$x=-3$



$y=2$

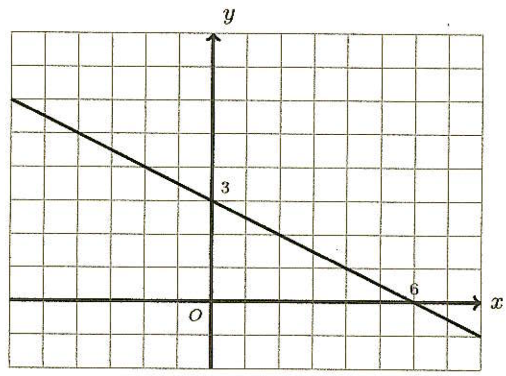
$x=-3$

(4) 下の直線の方程式を求めよ．



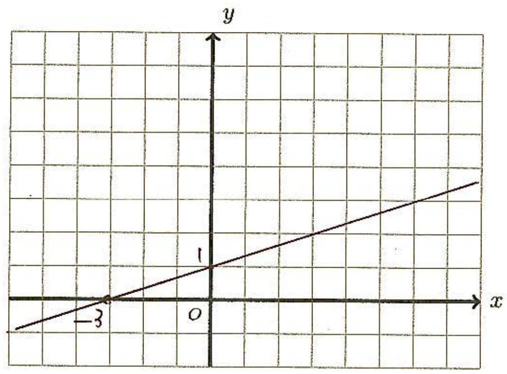
求める直線の方程式は $y=x+1$

(5) 下の直線の方程式を求めよ．



求める直線の方程式は $y=-\frac{1}{2}x+3$

(6) 2 点 $(-3, 0), (0, 1)$ を通る直線を下図に描き，その方程式を求めよ．



求める直線の方程式は $y=\frac{1}{3}x+1$

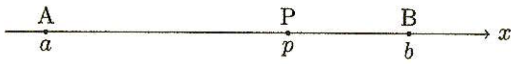
2　内分・外分

目標

点 P の座標を a, b, m, n を用いて表したい.

2.1　内分の一般化をしよう

AB を $m:n$ に内分する点を P とする.



AP で 2 点 A, P の間の長さを表すとする.
p, a, b を用いて, AP, BP を表すと,

$$\mathrm{AP} = p-a,\ \mathrm{BP} = b-p.$$

と書ける. AP:BP$= m:n$ なので,

$$\mathrm{AP} : \mathrm{BP} = m : n$$

$$m\,\mathrm{BP} = n\,\mathrm{AP}$$

$$m(b-p) = n(p-a)$$

$$\therefore p = \frac{na+mb}{m+n}$$ と表される.

特に, AB を $1:1$ に内分する点 P(p) は,

$$p = \frac{a+b}{2}$$

と書ける.

線分の内分点

2 点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点を P とする.

内分点 P の座標は $\mathrm{P}\left(\frac{na+mb}{m+n}\right)$

特に, 線分 AB の中点の座標は $\frac{a+b}{2}$

例題. 2 点 A(-3), B(3) を結ぶ線分 AB を $2:1$ に内分する点 P の座標を求めよ.

$$\mathrm{P}\left(\frac{1\cdot(-3)+2\cdot3}{2+1}\right)$$

$$\therefore \mathrm{P}(1)$$

例題. 2 点 A(-4), B(2) を結ぶ線分 AB の中点 M の座標を求めよ.

$$\mathrm{M}\left(\frac{-4+2}{2}\right)$$

$$\therefore \mathrm{M}(-1)$$

2.2　外分の一般化をしよう

AB を $m:n$ に外分する点を P とする. ($m>n$ のパターン)

AP で 2 点 A, P の間の長さを表すとする.

$$\mathrm{AP} = p-a,\ \mathrm{BP} = p-b$$

と書ける. AP:BP$= m:n$ なので,

$$\mathrm{AP} : \mathrm{BP} = m : n$$

$$m\,\mathrm{BP} = n\,\mathrm{AP}$$

$$m(p-b) = n(p-a)$$

$$\therefore p = \frac{-na+mb}{m-n}.$$

次に, AB を $m:n$ に外分する点を P とする. ($m<n$ のパターン)

$$\therefore p = \frac{-na+mb}{m-n}$$

線分の外分点

2 点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に外分する点を P とする.

内分点 P の座標は $\frac{-na+mb}{m-n}$

例題. 2 点 A(-1), B(3) を結ぶ線分 AB を $2:1$ に外分する点 P の座標を求めよ.

$$\mathrm{P}\left(\frac{-1\cdot(-1)+2\cdot3}{2-1}\right)$$

$$\mathrm{P}(7)$$

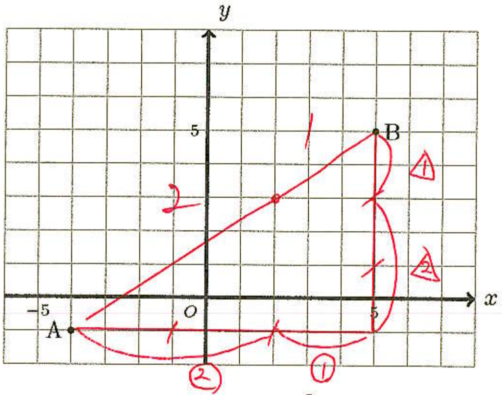
例題. 2 点 A(-1), B(3) を結ぶ線分 AB を $1:2$ に外分する点 P の座標を求めよ.

$$\mathrm{P}\left(\frac{-1\cdot(-2)+1\cdot3}{1-2}\right)$$

$$\mathrm{P}(-5)$$

2.3 平面で考えてみる (内分)

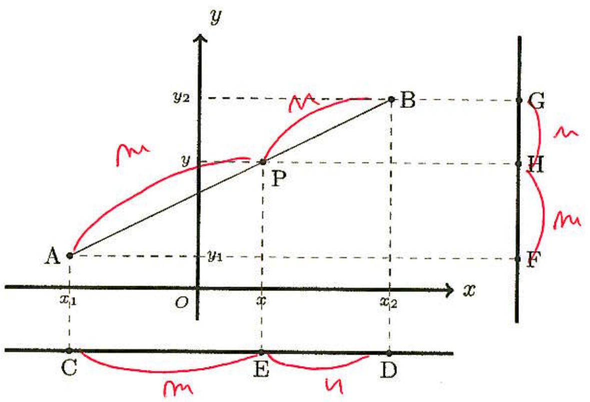
線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P の座標を求めよ．



点 P の座標は (2 , 3)

2.4 一般化しよう

点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に内分する点 P の座標を求めよう．



x 座標について, AP : PB $= m : n$ なので,

$$CE : ED = m : n$$

つまり, 点 E は線分 CD を $m : n$ に内分する点である．つまり,

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}$$

同様に

$$y = \frac{ny_1 + my_2}{m+n}$$

よって, 以下のようになる．

線分の内分点

2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に内分する点を P とする．

内分点 P の座標は $\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n}, \frac{ny_1+my_2}{m+n} \right)$

x, y 各々で内分をとる!

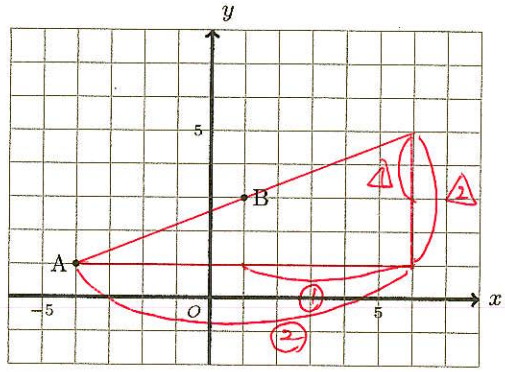
例題．2 点 A(1, 3), B(4, 9) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P の座標を求めよ．

$$P\left(\frac{1\cdot1+2\cdot4}{2+1}, \frac{1\cdot3+2\cdot9}{2+1}\right)$$

$$\therefore P(3, 7)$$

2.5 平面で考えてみる (外分)

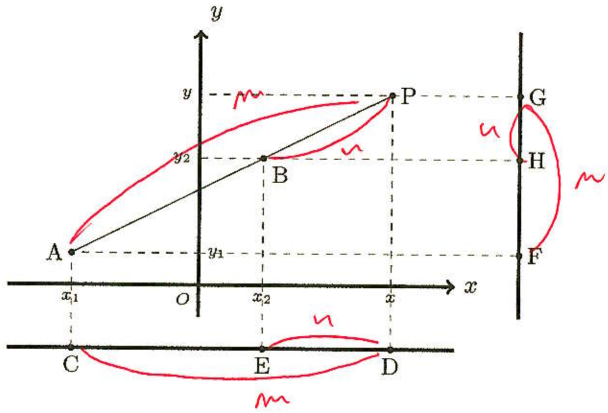
線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の座標を求めよ．



点 P の座標は (6 , 5)

2.6 一般化しよう

点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に外分する点 P の座標を求めよう．



x 座標について, AP : PB $= m : n$ なので,

$$CD : ED = m : n$$

つまり, 点 D は線分 CE を $m : m$ に外分する点である．つまり,

$$x = \frac{-n\cdot x_1 + m\cdot x_2}{m - m}$$

同様に

$$y = \frac{-n\cdot y_1 + m\cdot y_2}{m - n}$$

よって, 以下のようになる．

線分の外分点

2 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を結ぶ線分 AB を $m : n$ に外分する点を P とする．

内分点 P の座標は $\left(\frac{-n\cdot x_1+m\cdot x_2}{m-m}, \frac{-n\cdot y_1+m\cdot y_2}{m-m} \right)$

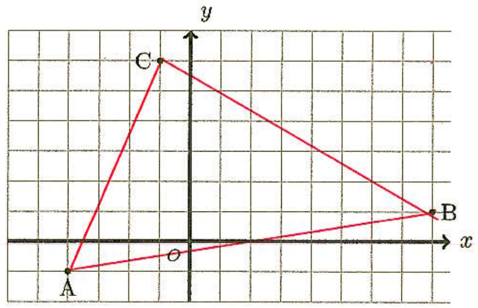
例題．2 点 A(1, 3), B(4, 9) を結ぶ線分 AB を 2 : 1 に外分する点 P の座標を求めよ．

$$P\left(\frac{-1\cdot1+2\cdot4}{2-1}, \frac{-1\cdot3+2\cdot9}{2-1}\right)$$

$$\therefore P(7, 15)$$

2.7 重心

これまで学んだ内分・外分を用いて，重心の座標を求めよう．
3 点 A$(-4,-1)$, B$(8,1)$, C$(-1,6)$ を結んでできる三角形 ABC の重心 G の座標を求めよ．



←

まず、ABの中点Mを求める

$M\left(\frac{8-4}{2}, \frac{1-1}{2}\right)$

$M(2, 0)$.

重心Gは、CMを 2:1に内分.

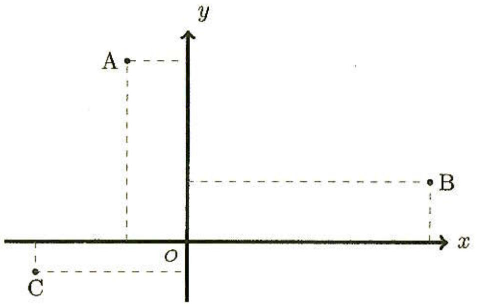
$G\left(\frac{1\cdot(-1)+2\cdot 2}{2+1}, \frac{1\cdot 6+2\cdot 0}{2+1}\right)$

$\therefore$ G(1, 2)

重心 G の座標は (1 , 2)

2.8 重心の座標を一般化しよう

3 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) を結んでできる三角形 ABC の重心 G の座標 (x, y, z) を求めよう．



線分 BC の中点を M とすると, M$\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$ と表せる．

また, AG : GM= 2 : 1 なので, $G\left(\frac{1\cdot x_1+2\cdot\frac{x_2+x_3}{2}}{2+1}, \frac{1\cdot y_1+2\cdot\frac{y_2+y_3}{2}}{2+1}\right)$.

点 G の座標は次の通り．

三角形の重心の座標

3 点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) を結んでできる三角形 ABC の重心 G の座標は,

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

例題. 3 点 A(1, 5), B(-1, -2), C(3, 3) を結んでできる三角形 ABC の重心の座標を求めよ．

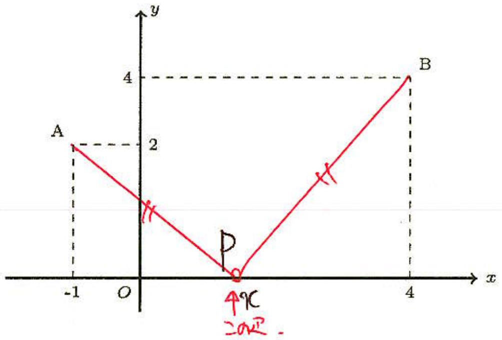
$G\left(\frac{1-1+3}{3}, \frac{5-2+3}{3}\right)$

$\therefore$ G(1, 2)

3 思考問題

3.1 等距離問題

(1) 2 点 A$(-1,2)$, B$(4,3)$ から等距離にあるような x 軸上の点 P の座標を求めよう.



アイデア

点 P の座標を $(x,0)$ として, AP の長さと BP の長さを表してみよう. そこからは三平方の定理で・・・

P(x, 0) とおく.

AP=BPなる点Pを見つける

$AP^2 = 2^2 + (x+1)^2$

$BP^2 = 4^2 + (4-x)^2$

AP=BPより $AP^2 = BP^2$

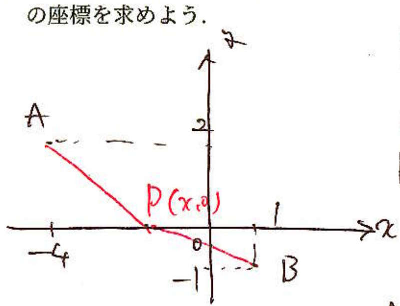
$2^2 + (x+1)^2 = 4^2 + (4-x)^2$

$2x + 5 = 32 - 8x$

$10x = 27 \quad \therefore x = \frac{27}{10}$

$P\left(\frac{27}{10}, 0\right)$ //

(2) 2 点 A$(-4,2)$, B$(1,-1)$ から等距離にあるような x 軸上の点 P の座標を求めよう.



P(x,0) とおく.

$AP^2 = 2^2 + (x+4)^2$

$BP^2 = 1^2 + (1-x)^2$

AP=BPより

$AP^2 = BP^2$.

$2^2 + (x+4)^2 = 1^2 + (1-x)^2$

$x^2 + 8x + 20 = x^2 - 2x + 2$

$10x = -18$

$x = -\frac{9}{5}$

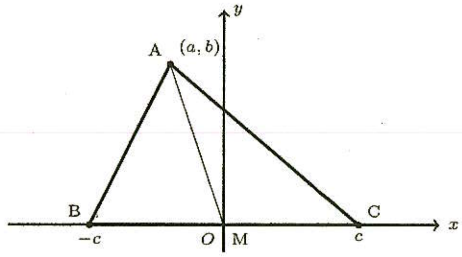
$\therefore P\left(-\frac{9}{5}, 0\right)$ //

3.2 証明問題

(1) △ABC において, 辺 BC の中点を M とする. 以下の等式を示せ.

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

＜証明＞



図のように, 辺 BC を x 軸上におき, その中点 M が原点に来るようにする.

すると,

$$A(a,b),\ B(-c,0),\ C(c,0)$$

と表せる. さて,

(左辺) = $(a+c)^2 + b^2 + (c-a)^2 + b^2$

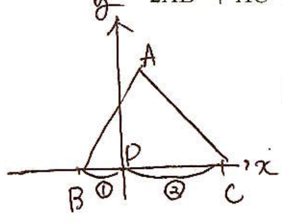
$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2$

(右辺) = $2(a^2 + b^2 + c^2)$

よって, $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$ が成立.

(2) △ABC において, 辺 BC を 1 : 2 に内分する点を D とする. 以下の等式を示せ.

$$2AB^2 + AC^2 = 3(AD^2 + 2BD^2)$$



左図のように, 辺BCをx軸上におき, 点Pが原点にくるようにする.

すると,

$A(a, b)$.

$B(-c, 0)$. $C(2c, 0)$

と表せる.

(左辺) = $2\{(a+c)^2 + b^2\} + (2c-a)^2 + b^2$

$= 3a^2 + 3b^2 + 6c^2$

(右辺) = $3((a^2+b^2) + 2(c^2))$

$= 3(a^2 + b^2 + 2c^2)$

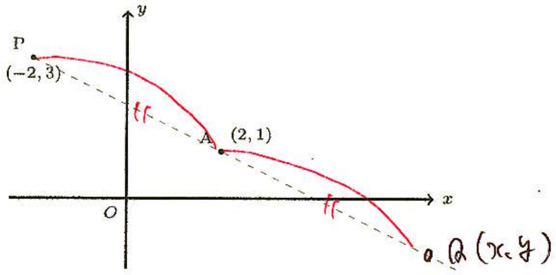
よって.

$2AB^2 + AC^2 = 3(AD^2 + 2BD^2)$

が成立 □

3.3 点に関する対称点

(1) 点 A(2, 1) に関して, 点 P(−2, 3) と対称な点 Q の座標を求めよ.

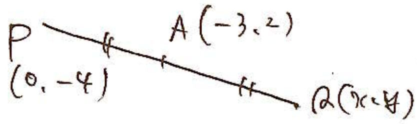


点 Q の座標を (x, y) とおく.
線分 PQ の中点が A であることから,

$$\frac{-2+x}{2}=2,\quad \frac{3+y}{2}=1$$

これを解くと, $x=$ 6 , $y=$ −1 .
よって, 点 Q の座標は (6, −1).

(2) 点 A(−3, 2) に関して, 点 P(0, −4) と対称な点 Q の座標を求めよ.



点Qの座標を(x, y)とおく.

点AはPQの中点なので

$$-3=\frac{0+x}{2},\quad 2=\frac{-4+y}{2}$$

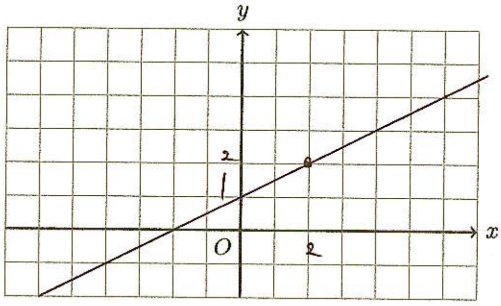
$$\therefore x=-6,\ y=8$$

よって Q(−6, −8)//

4　直線の方程式

4.1　傾きと通る 1 点がわかっている

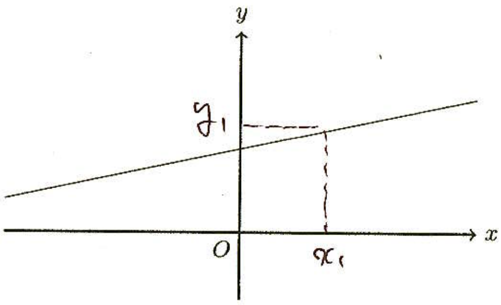
点 $(2, 2)$ を通り，傾き $\frac{1}{2}$ の直線の方程式を求めよ．



$y = \frac{1}{2}x + 1.$

4.2　一般化しよう

(x_1, y_1) を通る傾き m の直線の方程式を求めよう．



傾き m の直線を

$$y = mx + n$$

とおく．この直線は (x_1, y_1) を通るので，

$$y_1 = mx_1 + n$$

2 式から n を消去して，以下が得られる．

直線の方程式

点 (x_1, y_1) を通り，傾き m の直線の方程式は，

$$y - \underline{\ y_1\ } = \underline{\ m\ }(x - \underline{\ x_1\ })$$

例. 点 $(2, -4)$ を通り，傾きが 3 の直線の方程式を求めよ．

$y - (-4) = 3(x - 2)$

$\underline{y = 3x - 2}$ //

傾き $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \dfrac{6-2}{5-3}$

4.3　2 点を通る直線

(1) 2 点 $(3, 2), (5, 6)$ を通る直線の方程式を求めよう．

この直線の傾きは $\underline{\quad 2 \quad}$ なので，

求める直線の方程式は $\underline{y - 2 = 2(x - 3)}$

$\underline{y = 2x - 4}$ //

(2) 2 点 $(-1, 4), (2, -2)$ を通る直線の方程式を求めよ．

傾き $= \dfrac{-2-4}{2-(-1)} = -2$

$\therefore y - 4 = -2(x - (-1))$

$\underline{y = -2x + 2.}$ //

(3) 2 点 $(1, 2), (3, -4)$ を通る直線の方程式を求めよ．

傾き $= \dfrac{-4-2}{3-1} = -3.$

$\therefore y - 2 = -3(x - 1)$

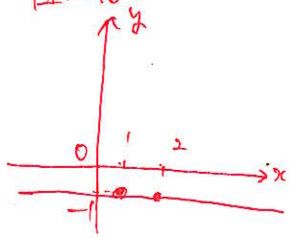
$\underline{y = -3x + 5}$ //

(4) 2 点 $(2, -1), (1, -1)$ を通る直線の方程式を求めよ．

傾き $= \dfrac{-1-(-1)}{2-1} = 0$

$\underline{y = -1}$ //

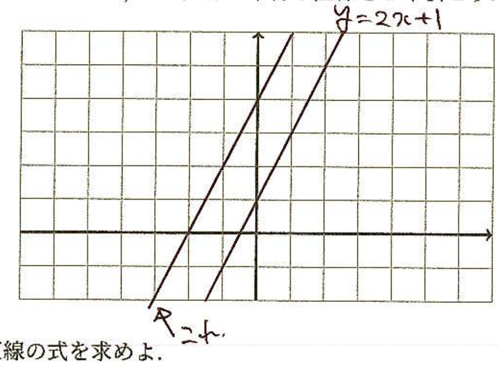
図でみると…



←これ.

4.4　2 直線の関係 (平行)

$y = 2x + 1$ を描き，この直線と平行な直線を 1 本引こう．



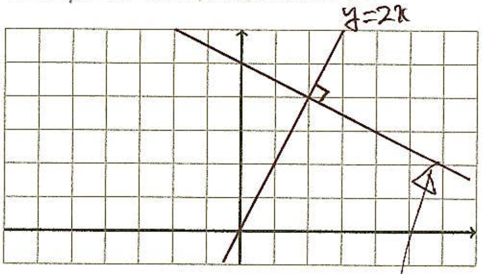
引いた直線の式を求めよ．

さて，2 つの式がどのようなときに，平行になるだろうか．

傾きが等しい とき．

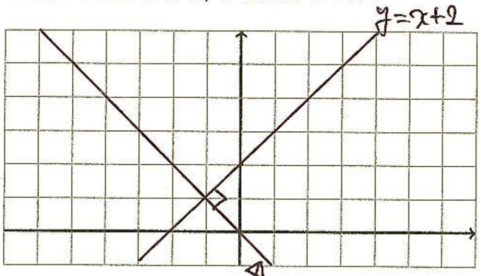
4.5　2 直線の関係 (垂直)

$y = 2x$ と垂直な直線を引き，方程式を求めよ．



$y = \frac{1}{2}x + 5$

$y = x + 2$ と垂直な直線を引き，方程式を求めよ．



$y = -x$

気づくこと....

2 のとき $-\frac{1}{2}$

1 のとき -1

かけたら -1

垂直

$y = m_1x + n_1$ と $y = m_2x + n_2$ が垂直

$\Longleftrightarrow m_1 \times m_2 = -1$

4.6　練習問題

(1) $y = 2x$ に平行な直線と垂直な直線の方程式を 1 つずつ答えよ．

$y = 2x$.

平 $y = 2x + 5$

垂 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

(2) $3x + 4y + 3 = 0$ に平行な直線と垂直な直線の方程式を 1 つずつ答えよ．

$y = \frac{-3}{4}x - \frac{3}{4}$

平 $y = \frac{-3}{4}x + 5$

垂 $y = \frac{4}{3}x + 3$.

(3) 点 A(2, 1) を通り，直線 $2x + 3y + 4 = 0$ に平行な直線と垂直な直線をそれぞれ求めよ．

$y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

平 傾き $-\frac{2}{3}$ なので

$y = -\frac{2}{3}x + b$ とおける

(2, 1) 通るので

$1 = -\frac{4}{3} + b$　　$b = \frac{7}{3}$

$\therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

垂 $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$ より 傾き $\frac{3}{2}$.

$y = \frac{3}{2}x + b$ とおける

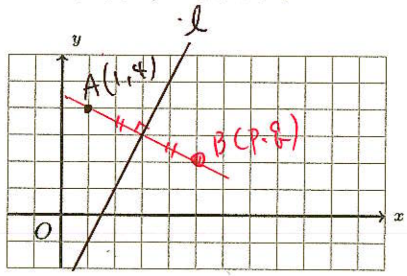
(2, 1) 通るので　$b = -2$.

$\therefore y = \frac{3}{2}x - 2$

5　点と直線の距離 (通称: 点直)

5.1　直線に対し対称な点

直線 $l: 2x-y-3=0$ に関して, 点 A$(1,4)$ と対称な点を B とする. 下グラフに図を書き入れ, B を求めよう.



点 B の座標を (p,q) とする.

直線 l の傾きは 2, 直線 AB の傾きは $\frac{q-4}{p-1}$.

AB $\perp l$ なので, $2\times\frac{q-4}{p-1}=-1$

式変形して. $p+2q-9=0$　$\cdots(1)$

また, 線分 AB の中点 M($\frac{1+p}{2}$, $\frac{4+q}{2}$) は, 直線 l 上にあるので,

$$2\cdot\frac{1+p}{2}-\frac{4+q}{2}-3=0$$

すなはち, $2p-q-8=0$　$\cdots(2)$

(1), (2) を連立して $p=5$, $q=2$

よって, 点 B の座標は $(5, 2)$

練習. 直線 $l: x-2y+10=0$ に関して, 点 A$(2,1)$ と対称な点 B の座標を求めよ.

点Bの座標を (p, q) とおく.

lの傾き… $\frac{1}{2}$　ABの傾き… $\frac{q-1}{p-2}$

AB⊥l より　$\frac{1}{2}\cdot\frac{q-1}{p-2}=-1$.

$2p+q-5=0$ —①

ABの中点 $\left(\frac{p+2}{2}, \frac{q+1}{2}\right)$ は l上より.

$\frac{p+2}{2}-2\frac{q+1}{2}+10=0$

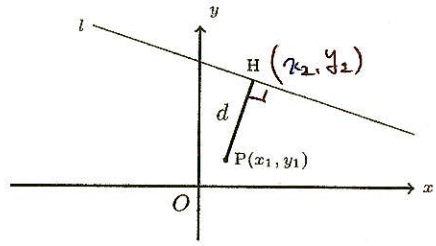
$p-2q+20=0$ —②

①, ②連立して　$p=-2$, $q=9$

∴ B$(-2, 9)$

5.2　点直

点 P から直線 l に降ろした垂線を PH とする. この PH の長さが点 P(x_1, y_1) と直線 l の距離である.



点と直線の距離

点 (x_1, y_1) と直線 $l: ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

<証明>($a\neq 0, b\neq 0$ のとき. 一方が 0 でも同様)

H の座標を (x_2, y_2) とおく. 点 P と点 H の距離 d は

$$d=PH=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\quad\cdots(1)$$

ここで, 直線 l の傾きは $-\frac{a}{b}$, 直線 PH の傾きは $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ であり, 2 直線は垂直なので,

$$\left(-\frac{a}{b}\right)\cdot\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-1$$

変形して, $\frac{x_2-x_1}{a}=\frac{y_2-y_1}{b}$ となり, これを k とおくと,

$$x_2-x_1=ak,\quad y_2-y_1=bk\quad\cdots(2)$$

これを (1) に代入.

$$d=\sqrt{(ak)^2+(bk)^2}=\sqrt{(a^2+b^2)k^2}\quad\cdots(3)$$

また, (2) から, $x_2=x_1+ak$, $y_2=y_1+bk$　$\cdots(4)$

ここで, 点 H(x_2, y_2) は直線 l 上にあるから,

$$ax_2+by_2+c=0$$

これに (4) を代入し, $a(x_1+ak)+b(y_1+bk)+c=0$

よって,

$$k=-\frac{ax_1+by_1+c}{a^2+b^2}$$

これを (3) に代入.

$$d=\sqrt{(a^2+b^2)\cdot\frac{(ax_1+by_1+c)^2}{(a^2+b^2)}}$$

$$=\sqrt{\frac{(ax_1+by_1+c)^2}{a^2+b^2}}=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

練習. 点 $(1,2)$ と直線 $3x-4y-1=0$ の距離を求めよ.

$$d=\frac{|3\cdot 1-4\cdot 2-1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{6}{5}$$

5.3　2 直線の交点を通る直線

2 直線の交点を通る直線について考える．
2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ は 1 点で交わり，その交点を A とする．
定数 k を用いて，

$$k(x+2y-4)+(x-y-1)=0 \quad \cdots(1)$$

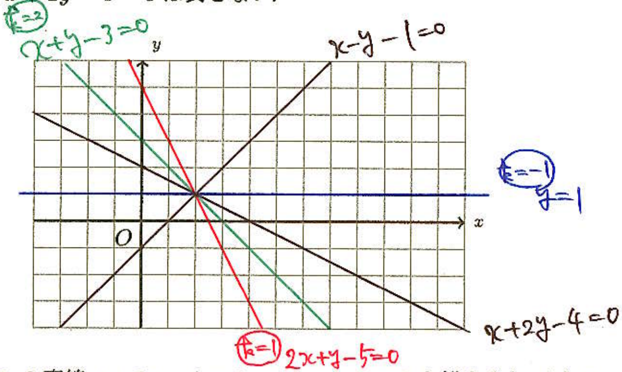
について考える．(1) は k についての恒等式と考えると，

$$x+2y-4=0, \text{かつ}\ \ x-y-1=0$$

つまり ,(1) は 2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ の交点を通る図形を表す．
また, (1) を式変形すると，

$$(k+1)x+(2k-1)y-4k-1=0$$

となり, 直線を表すことがわかる．
よって, (1) は 2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ の交点を通る直線を表す．
ただし, $x+2y-4=0$ は表せない．



上の図に, 2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ を描き入れ, (1) の式の k に好きな数字を入れた直線を数本描こう．

$k=1$ のとき

$(x+2y-4)+(x-y-1)=0$

$2x+y-5=0$

$y=-2x+5$

$k=-1$ のとき

$-(x+2y-4)+(x-y-1)=0$

$-3y+3=0$

$y=1.$

$k=2$ のとき

$2(x+2y-4)+(x-y-1)=0$

$3x+3y-9=0$

$y=-x+3.$

k にどのような値を入れても
必ず点 $(2,1)$ を通る!!
← もとの2直線の交点.

練習問題．

(1) 2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ の交点と, 点 (0, 3) を通る直線の方程式を求めよう．
< *Ans.* >
2 直線 $x+2y-4=0,\ \ x-y-1=0$ の交点を通る直線は $k(x+2y-4)+(x-y-1)=0$ と書ける．これが $(0,3)$ を通るので, 代入して，

$$k(0+2\cdot 3-4)+(0-3-1)=0$$

よって, $k=2$. ゆえに, 求める直線は $2(x+2y-4)+(x-y-1)=0$
整理して, $x+y-3=0$

(2) 2 直線 $2x-y+1=0,\ \ x+y-4=0$ の交点と, 点 (-2, 1) を通る直線の方程式を求めよ．

<Ans>.
2直線の交点を通る直線を
$k(2x-y+1)+(x+y-4)=0$ とおく.
これが $(-2,1)$ を通るので

$k(-4-1+1)+(-2+1-4)=0$

$-4k-5=0$

$k=\frac{-5}{4}$

よって求める直線は

$-\frac{5}{4}(2x-y+1)+(x+y-4)=0$

$-5(2x-y+1)+4(x+y-4)=0$

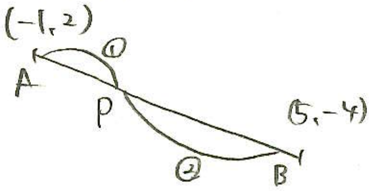
$-6x+9y-21=0$

$2x-3y+7=0$ //

6 練習問題

6.1 基本問題 (点に関する問題)

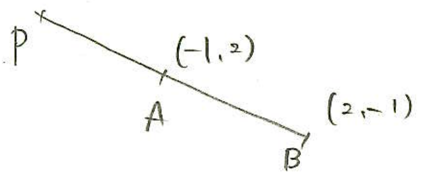
(1) 2 点 A$(-1,2)$, B$(5,-4)$ を $1:2$ に内分する点 P の座標を求めよ．



$$P\left(\frac{-1\cdot 2+5\cdot 1}{1+2},\ \frac{2\cdot 2+(-4)\cdot 1}{1+2}\right)$$

$$= P(1,0)$$

(2) 2 点 A$(-1,2)$, B$(2,-1)$ を $1:2$ に外分する点 P の座標を求めよ．



$$P\left(\frac{-1\cdot(-2)+1\cdot 2}{1-2},\ \frac{2\cdot(-2)+(-1)\cdot 1}{1-2}\right)$$

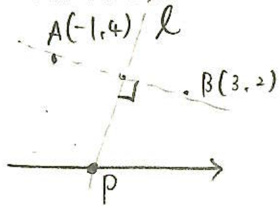
$$= P(-4,5)$$

(3) 3 点 A$(-2,3)$, B$(4,-1)$, C$(1,-5)$ を結んでできる三角形 ABC の重心を求めよ．

$$G\left(\frac{-2+4+1}{3},\ \frac{3+(-1)+(-5)}{3}\right)$$

$$= G(1,-1)$$

(4) 2 点 A$(-1,4)$, B$(3,2)$ から等距離にあるような x 軸上の点 P の座標を求めよ．

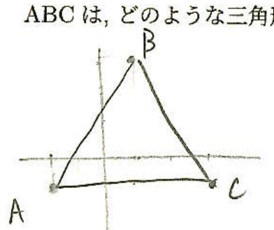


AB中点は，
$M(1,3)$.
ABの傾き：$\dfrac{2-4}{3-(-1)} = -\dfrac{1}{2}$
∴ABの垂直二等分線は．
$l:\ y-3 = 2(x-1)$
$2x-y+1=0$

x軸との交点は，$y=0$のときより．
$x=-\dfrac{1}{2}$

∴ $P\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$

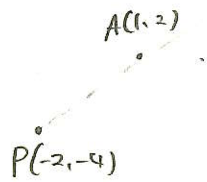
(5) 3 点 A$(-2,-1)$, B$(1,3)$, C$(3,-1)$ を頂点とするような三角形 ABC は，どのような三角形か．



$AB = \sqrt{3^2+4^2}$
$= 5$
$AC = 3-(-2) = 5$
$BC = \sqrt{2^2+4^2}$
$= 2\sqrt{5}$

AB=ACの 二等辺三角形

(6) 点 A$(1,2)$ に関して点 P$(-2,-4)$ と対称な点 Q の座標を求めよ．



P→A は．$x:+3$，$y:+6$
A→Q も 同様

∴ $Q(1+3,\ 2+6)$

$Q(4,8)$

6.2 基本問題 (直線に関する問題)

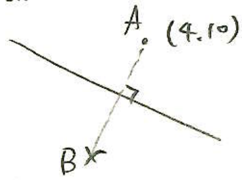
(1) 傾き 3 で, 点 $(-2, 4)$ を通る直線の方程式を求めよ.

$$y-4=3(x-(-2))$$

$$y=3x+22 \quad //$$

(4) $2y+x-4=0$ に関して, 点 $\mathrm{A}(4,10)$ と対称な点 B の座標を求めよ.

(x)



直線ABは：

$y-2x-2=0$ で表せる.

(x)との交点Mは.

$M(0,2)$

A→Mは $x:-4$, $y:-8$

M→Bも同様

$\therefore$ B$(-4,-6)$ //

(2) 2 点 $(-1,1)$, $(3,-2)$ を通る直線の方程式を求めよ.

傾き：$\dfrac{-2-1}{3-(-1)}=\dfrac{-3}{4}$

$$\therefore\ y-1=-\frac{3}{4}(x-(-1))$$

$$4y-4=-3x-3$$

$$3x+4y-1=0 \quad //$$

(5) $y=2x+2$ と点 $(6,-1)$ の距離を求めよ.

$2x-y+2=0$.

点と直線のキョリの公式から.

$$d=\frac{|12+1+2|}{\sqrt{4+1}}$$

$$=\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5} \quad //$$

(3) 点 $(2,3)$ を通り, $y=3x+5$ と平行な直線と垂直な直線の方程式をそれぞれ求めよ.

平行なので傾き3.

$$y-3=3(x-2)$$

$$3x-y-3=0 \quad //$$

(6) $y-2x-1=0$ と $y+x-4=0$ の交点と, 点 $(-1,1)$ を通る直線の方程式を求めよ.

交点は, $(1,3)$.

$\therefore$ 2点の傾きは, $\dfrac{3-1}{1-(-1)}=1$.

よって求める直線は

$$y-3=x-1.$$

$$y=x+2 \quad //$$