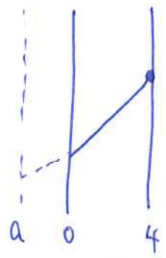
1

(1) $y=(x-a)^2-a^2+3$

軸 $x=a$

頂 $(a,\ 3-a^2)$

i) $a<2$ のとき



左図より $x=4$で

Max. $19-8a$.

ii) $2\leqq a$のとき

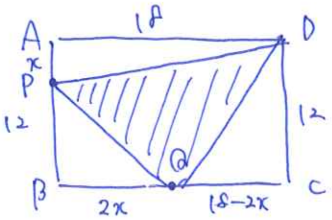
左図より $x=0$で

Max. 3

以上より、最大値は

$$\begin{cases} a<2 \text{ のとき} & 19-8a \\ 2\leqq a \text{ のとき} & 3 \end{cases}$$

(2)



$\triangle PQD$の面積をSとおく.

$$S=\square-\begin{pmatrix}\triangle ADD\\+\triangle PBQ\\+\triangle QCD\end{pmatrix}$$

$$=12\cdot18-\left(\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\overset{9}{\cancel{18}}\cdot x+\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}x\cdot(12-x)+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\overset{6}{\cancel{12}}\cdot(18-2x)\right)$$

$$=12\cdot18-(9x+\cancel{12x}-x^2+6\cdot18-\cancel{12x})$$

$$=x^2-9x+108$$

$S=100$となるのは

$100=x^2-9x+108$

(2) 続き

$x^2-9x+8=0$

$(x-1)(x-8)=0$

$x=1,\ 8$

よって APの長さは 1 or 8

(3)

共有点のx座標は、

$x^2+3x+1=x+k$

$x^2+2x+1-k=0$

この方程式の判別式をDとおく.

$D=4-4(1-k)$

$=k$.

$D>0$のとき 共有点 2つ

∴ $k>0$で 共有点2つ.

$D=0$のとき 1つ

∴ $k=0$で 1つ

$D<0$のとき 0つ

∴ $k<0$で 0つ

1年4組＿＿番 氏名 模範解答（30分） /30

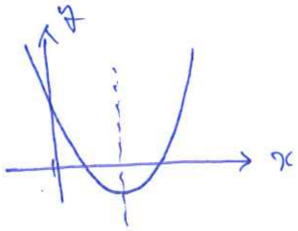
2

この方程式の解は、

$y=x^2+2ax+a+2$

と x軸の共有点の x座標.

(1) 異なる2つの正の解をもつには、下図



i) $D>0$

ii) 軸 >0

iii) $x=0$ で $y>0$

i) 判別式Dについて

$D=4a^2-4(a+2)$

$=4(a^2-a-2)$

$=4(a-2)(a+1)$

$D>0$ より

右上図より $a<-1,\ 2<a$.

ii) 軸 >0.

$y=x^2+2ax+a+2$

$=(x+a)^2-a^2+a+2$.

軸 $x=-a$.

$\therefore\ 0<-a$

$0>a$

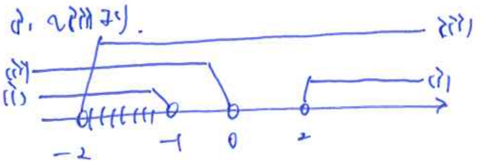
iii) $x=0$ で $y>0$

$x=0$ のとき

$y=a+2>0$

$a>-2$

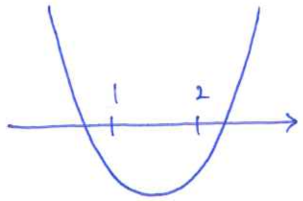
i, ii, iii より.



上図より

$-2<a<-1$ //

(2) 題意をみたすには、下図.



i) $x=1$ で $y<0$

ii) $x=2$ $y<0$

i) $x=1$ のとき

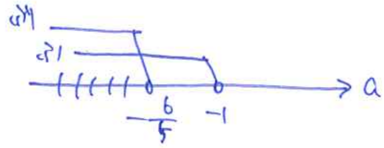
$y=3+3a<0$

$\therefore\ a<-1$

ii) $x=2$ のとき

$y=6+5a<0$

$a<-\frac{6}{5}$



上図より

$a<-\frac{6}{5}$ //

1年4組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿ /20

3

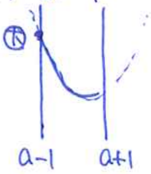
$f(x)=(x-1)^2-4$.

軸 $x=1$

頂 $(1,-4)$

(1)

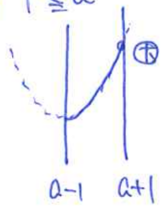
i) $a-1<0$ i.e. $a<1$.



左図より $x=a-1$ で

Max. $(a-2)^2-4$.

ii) $1\leqq a$



左図より $x=a+1$ で

Max. a^2-4.

よって 最大値は

$$\begin{cases} a<1 \text{ で } & a^2-4a. \\ 1\leqq a \text{ で } & a^2-4 \end{cases}$$

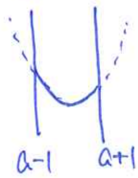
(2)

i) $a+1<1$ i.e. $a<0$

左図より $x=a+1$ で

Min a^2-4

ii) $0\leqq a\leqq 2$



左図より $x=1$ で Min.

-4

iii) $1<a-1$ i.e. $2<a$

左図より $x=a-1$ で

Min a^2-4a.

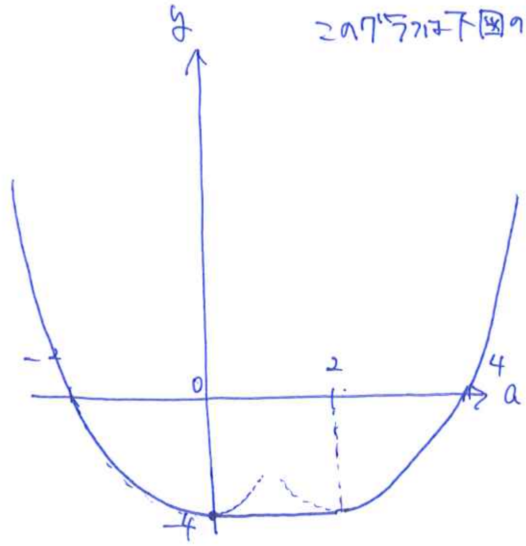
よって 最小値は

$$\begin{cases} a<0 \text{ で } & a^2-4 \\ 0\leqq a\leqq 2 \text{ で } & -4 \\ 2<a \text{ で } & a^2-4a. \end{cases}$$

(3) (2) の結果から

$$m(a)=\begin{cases} a^2-4 & (a<0) \\ -4 & (0\leqq a\leqq 2) \\ a^2-4a & (2\leqq a) \end{cases}$$

このグラフは下図の実線部.



(4)

a		0		1		2	
$M(a)$	a^2-4a				a^2-4		
$m(a)$	a^2-4		-4				a^2-4a
$M(a)-m(a)$	$4-4a$		a^2-4a+4		a^2		$4a-4$.

i) $a<0$ のとき

$8=4-4a$. $a=-1$.

ii) $0\leqq a<1$ のとき

$a^2-4a+4=8$

$a^2-4a-4=0$

$a=\dfrac{4\pm\sqrt{16+16}}{2}$

$=2\pm2\sqrt{2}$

どちらも $0\leqq a<1$ をみたさない.

iii) $1\leqq a<2$ のとき

$a^2=8$

$a=\pm2\sqrt{2}$

どちらも $0\leqq a<1$ をみたさない.

iv) $2\leqq a$ のとき

$4a-4=8$

$4a=12$

$a=3$

よって $a=-1, 3$

4

(1) $t=\cos\theta$ とおく。

$0\le\theta<2\pi$ より

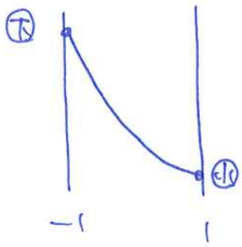
$-1\le\cos\theta\le1$

$\therefore\ -1\le t\le 1.$

$y=2t^2-4t+3$

$=2(t-1)^2+1.$

軸 $t=1.$



左図より

$t=-1$ で Max. 9

$t=1$ で Min 1.

$t=-1$ のとき $\cos\theta=-1$

$\therefore\ \theta=\pi$

$t=1$ のとき $\cos\theta=1$

$\therefore\ \theta=0.$

よって

$$\begin{cases}\theta=\pi \text{ で Max } 9\\ \theta=0 \text{ で Min } 1\end{cases}$$

(2) 与えられた方程式が解をもつには、

$y=\sin^2\theta+2\cos\theta$

と $y=a$

が共有点をもてばよい。

$y=\sin^2\theta+2\cos\theta$ について、

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$ より

$y=1-\cos^2\theta+2\cos\theta$

$=-\cos^2\theta+2\cos\theta+1$

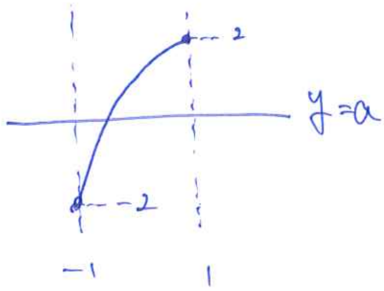
$t=\cos\theta$ とおくと

$-1\le\cos\theta\le1$ なので

$-1\le t\le1.$

$y=-t^2+2t+1.$

$=-(t-1)^2+2 \quad (-1\le t\le1)$



上図より、共有点をもつには

$-2\le a\le 2$

1年4組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

/20