令和６年度第２学年４組 １学期中間考査 数学１

令和６年５月 13 日２限

注意事項

- チャイムがなるまで, 冊子は開かずに待つこと.
- 開始前に解答用紙に記名を済ませて良い.
- 時間配分を考えて解くこと.
- 解答用紙の指示に従うこと.
- 試験終了後問題用紙は持ち帰り, ②のテストに向けて復習しましょう.

２年４組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 袋の中に, 白球 3 個, 赤球 4 個入っている.

「袋の中から同時に球を 2 個取り出す」という試行を 2 回行う. ただし, 試行 1 回ごとに取り出した球は袋に戻すとする.

1 回目に取り出した白球の個数を X, 2 回目に取り出した白球の個数を Y とする.

(a) 確率変数 X について,

$$P(X=0)=\boxed{(1)},\qquad P(X=1)=\boxed{(2)}$$

$$\text{期待値 } E(X)=\boxed{(3)},\qquad \text{分散 } V(X)=\boxed{(4)}$$

である.

(b) また, 確率変数 X, Y について,

$$P(X=1, Y=2)=\boxed{(5)},\qquad P(X=2, Y=2)=\boxed{(6)}$$

である.

(c) さらに, 確率変数 X と Y は, 互いに$\boxed{(7)}$. よって,

$$\text{期待値 } E(XY)=\boxed{(8)},\qquad \text{分散 } Y(X+Y)=\boxed{(9)}$$

である.

(7) の選択肢

① 排反 , ② 排反でない , ③ 独立 , ④ 独立でない , ⑤ 従属 , ⑥ 従属でない

$\boxed{\textbf{2}}$ 通常のコインを複数回投げて, 表の出る回数について記録していく. (通常のコインとは, 歪みのないコインのことである.)

(a) 100 回投げたときの, 表の出る回数を X とおく.

確率変数 X は, $\boxed{(10)}$ に従うので,

$$X \sim B\left(\boxed{(11)}, \frac{1}{2}\right)$$

と表せる. これを $\boxed{(12)}$ で近似して,

$$X \sim N\left(50, \boxed{(13)}\right)$$

この試行における表の出る比率を R とすると,

$$R = X \times \boxed{(14)}$$

なので,

$$R \sim N\left(\boxed{(15)}, \boxed{(16)}\right)$$

また,

$$Z = \frac{R - \boxed{(15)}}{\boxed{(17)}}$$

とおけば, Z は, $\boxed{(18)}$ に従う.

R と $\dfrac{1}{2}$ の誤差が $\dfrac{1}{100}$ 以下になる確率は,

$$P\left(\left|R - \frac{1}{2}\right| \leqq \frac{1}{100}\right) = \boxed{(19)}$$

(b) 10000 回投げたとき, R と $\dfrac{1}{2}$ の誤差が $\dfrac{1}{100}$ 以下になる確率は,

$$P\left(\left|R - \frac{1}{2}\right| \leqq \frac{1}{100}\right) = \boxed{(20)}$$

投げる回数を増やすほど, コインの表が出る比率 R は, $\dfrac{1}{2}$ に近づいていく.

(10), (12), (18) の選択肢

① 正規分布 , ② 一様分布 , ③ 標準分布 , ④ 標準正規分布 , ⑤ 二項分布

$\boxed{\textbf{3}}$ 発芽して一定期間後の苗の長さについて, 母平均 m, 母標準偏差 1.5(cm) の正規分布に従うとする.

(a) 高さが 7.3(cm) 未満, もしくは 13(cm) より大きいものを間引く. $m = 10$ のときの, 苗が間引かれる確率を求めたい.
確率変数 X を苗の高さとすると,

$$X \sim N(10, \boxed{(21)})$$

より,

$$Z = \frac{X - \boxed{(22)}}{\boxed{(23)}}$$

とおけば

$$Z \sim N(0,1)$$

となる.
よって, 苗が<u>間引かれない</u>確率は,

$$\begin{aligned} P(7.3 \leqq X \leqq 13) =& P(\boxed{(24)} \leqq Z \leqq \boxed{(25)}) \\ =& \boxed{(26)} \end{aligned}$$

よって, 苗が間引かれる確率は,

$$\begin{aligned} P &= 1 - \boxed{(26)} \\ &= \boxed{(27)} \end{aligned}$$

(b) 母平均 m が未知のため, 大きさ n のランダムサンプリングを行い, 95% 信頼区間を求めたところ, $[9.81, 10.79]$ であった.
$\overline{X}$ を, 苗の高さの標本平均とすると,

$$\overline{X} \sim N\left(m, \frac{1.5^2}{n}\right)$$

であるので,

$$Z = \frac{\overline{X} - m}{\boxed{(28)}}$$

とおくと,

$$Z \sim N(0,1)$$

である. 正規分布表から,

$$P(|Z| \leqq \boxed{(29)}) = 0.95$$

なので,

$$-\boxed{(29)} \leqq Z \leqq \boxed{(29)}$$

であるから,

$$\overline{X} - \boxed{(30)} \leqq m \leqq \overline{X} + \boxed{(30)}$$

よって,

$$\begin{aligned} \overline{X} - \boxed{(30)} &= 9.81 \\ \overline{X} + \boxed{(30)} &= 10.79 \end{aligned}$$

なので,

$$\overline{X} = \boxed{(31)}, \qquad m = \boxed{(32)}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ 全校生徒 1000 人の学校の生徒会長選挙に, A と B の 2 名が立候補した. 全校生徒から無作為抽出した 100 人にどちらを支持するかを前調査したところ, A 支持者が 59 人いた. A の方が支持されていると言えるかどうかを有意水準 5% で検定したい.
「A の支持の方が多い」と判断できるかについてなので, $\boxed{(33)}$ 検定を行う.
仮説を「$\boxed{(34)}$」とする. つまり, 母比率 $p = \boxed{(35)}$ と仮定する.
このもとで, X をサンプリングした 100 人のうちの A 支持者とすると,

$$X \sim B(\boxed{(36)}, \boxed{(37)})$$

であり, これを正規分布で近似すると,

$$X \sim N(\boxed{(38)}, \boxed{(39)})$$

さて,

$$Z = \frac{X - \boxed{(38)}}{\boxed{(40)}}$$

とおけば,

$$Z \sim N(0, 1)$$

棄却域を求める. 正規分布表から,

$$P(\boxed{(41)}) \fallingdotseq 0.05$$

なので, X の棄却域は,

$$\boxed{(42)}$$

よって, $\boxed{(43)}$

(33), (34) の選択肢

① 両側 , ② 片側 ,
③ A と B の支持率に差がない , ④ A の方が B よりも高い支持率 , ⑤ B の方が A よりも高い支持率

(41) の選択肢

① $|Z| \geqq 1.96$, ② $|Z| \leqq 1.96$, ③ $0 \leqq Z \leqq 1.96$, ④ $Z \geqq 2.57$, ⑤ $Z \geqq 1.96$, ⑥ $Z \geqq 1.64$

(42) の選択肢

① $40.2 \leqq X \leqq 59.8$, ② $X \geqq 59.8$, ③ $0 \leqq X \leqq 59.8$, ④ $X \geqq 62.85$, ⑤ $X \geqq 58.2$, ⑥ $X \geqq 59.2$

(43) の選択肢

① 仮説は誤りと判断できない. つまり, A の方が支持されていると判断できる.
② 仮説は誤りと判断できない. つまり, B の方が支持されていると判断できる.
③ 仮説は誤りと判断できない. つまり, A の方が支持されていると判断できない.
④ 仮説は誤りと判断できる. つまり, A の方が支持されていると判断できる.
⑤ 仮説は誤りと判断できる. つまり, A の方が支持されているとは判断できない.
⑥ 仮説は誤りと判断できる. つまり, B の方が支持されていると判断できる.
⑦ 仮説は誤りである. つまり, A の方が支持されている.
⑧ 仮説は誤りである. つまり, B の方が支持されている.

5 偏差値の式は, 得点 X, 平均 m, 標準偏差 σ としたときに,

$$(\text{偏差値}) = \frac{X - m}{\sigma} \times 10 + 50$$

で表される.

Be 社の 100 点満点のあるテストにおいて, 平均値 40 点, 標準偏差 15 点, 中央値 34 点であった. 得点分布が正規分布に従うと仮定して, 以下の問いに答えよ.

(a) このテストで 70 点であった人の偏差値は $\boxed{(44)}$ であり, 受験者の上位約 $\boxed{(45)}$ % である. また, 上位 10% 以内に入るには $\boxed{(46)}$ 点以上取る必要がある.

また, 250000 位の人の偏差値は $\boxed{(47)}$ である.

(b) このテストで偏差値が 100 を超えることは $\boxed{(48.1)}$ であり, 一方偏差値 0 以下になることは $\boxed{(48.2)}$ である.

(48) の選択肢

	(48.1)	(48.2)
①	可能	可能
②	可能	不可能
③	不可能	可能
④	不可能	不可能

問題は以上です.