令和 6 年度第 2 学年 4 組　1 学期期末考査 (その 2)

令和 6 年 7 月 4 日

注意事項

- 文系・理系で問題が異なります.
- チャイムがなるまで, 冊子は開かずに待つこと.
- 開始前に解答用紙に記名を済ませて良い.
- 時間配分を考えて解くこと.
- 試験終了後問題用紙は持ち帰り, 模試向けて復習しましょう.

2 年 4 組______番 氏名______________________________

文系

$\boxed{\mathbf{1}}$ 以下の問いに答えよ．【30 点】

(1) 和 $S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 20 \cdot 22$ を求めよ．

(2) 和 $S = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ を求めよ．

(3) 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ n は自然数とする．以下の等式・不等式を, 数学的帰納法を, 数学的帰納法を用いて示せ．【20 点】

(1) $\displaystyle\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

(2) $\displaystyle 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 自然数の列 $\{a_n\}$ を, 次のように第 k 群が $2k$ 個の項を含むように分ける. 【25 点】

$$1, 2 \mid 3, 4, 5, 6 \mid 7, 8, 9, 10, 11, 12 \mid 13, \cdots$$

(1) 第 n 項の初項を求めよ.

(2) 第 n 群に含まれる項の和を求めよ.

(3) 100 は, 第何群の何番目の項か.

$\boxed{\mathbf{4}}$ 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ が, 以下の条件を満たすとする. 【25 点】

数列 $\{a_n\}$: 等差数列で, $a_1 + a_3 = 12, a_5 = 15$ を満たす.
数列 $\{b_n\}$: 等比数列で, 公比は正で, $b_2 = 2, b_4 = 8$ を満たす.

(1) 数列 a_n, b_n の一般項を求めよ.

(2) 2 つの数列に共通項はあるか. 理由とともに答えよ.

(3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の項の値を小さい順に並べてできる数列を $\{c_n\}$ とする.
$S = \displaystyle\sum_{k=1}^{50} c_n$ を求めよ.

理系

$\boxed{\textbf{1}}$ 以下の問いに答えよ．【30 点】

(1) 和 $S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \cdots + 20 \cdot 22$ を求めよ．

(2) 和 $S = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 3^{n-1}$ を求めよ．

(3) 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}$ を求めよ．

$\boxed{\textbf{2}}$ 自然数の列 $\{a_n\}$ を, 次のように第 k 群が $2k$ 個の項を含むように分ける．【20 点】

$$1, 2 \mid 3, 4, 5, 6 \mid 7, 8, 9, 10, 11, 12 \mid 13, \cdots$$

(1) 第 n 群に含まれる項の和を求めよ．

(2) 100 は, 第何群の何番目の項か．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 数列 $\{a_n\}$ が, $a_1 = 2$ と漸化式 $a_{n+1} = (a_n)^2 - n^2 \cdot a_n + (n+1)^2$ で定められている. 【25 点】

（1） a_2, a_3, a_4, a_5 をそれぞれ求めよ.

（2） 一般項 a_n を表す n の式を推測せよ.

（3） (2) で推測した一般項の式が正しいことを, 数学的帰納法で示せ.

$\boxed{\mathbf{4}}$ サイコロを 1 個投げるという試行を n 回行うときに, 3 の倍数が奇数回出る確率を p_n とおく. 【25 点】

（1） p_1, p_2, p_3 を求めよ.

（2） $n \geqq 2$ のとき, p_{n+1} を p_n の式で表せ.

（3） p_n を n の式で表せ.

（4） $\lim_{n\to\infty} p_n$ を求めよ.

解答用紙

2 年 4 組＿＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

文系	理系

⟵ 自身の受験方式にチェック

1	2	3	4	計
/30	/20	/25	/25	/100

$\boxed{1}$

$\boxed{\mathbf{2}}$

$\boxed{\mathbf{3}}$