令和 6 年度第 2 学年 4 組 2 学期中間考査 数学 1

令和 6 年 10 月 11 日

注意事項

- チャイムがなるまで, 冊子は開かずに待つこと.
- 開始前に解答用紙に記名を済ませて良い.
- 時間配分を考えて解くこと.
- 試験終了後問題用紙は持ち帰り, 次の考査に向けて復習しましょう.

2 年 4 組______番 氏名______________________________

$\boxed{\mathbf{1}}$ 正六角形 ABCDEF において, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{a}, \overrightarrow{\mathrm{AF}} = \overrightarrow{b}$ とするとき, 以下のベクトルを $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ を用いて表せ.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{EC}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{FD}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{EA}}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 各問いに答えよ.

(4) $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする．ベクトル $\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$ を成分表示せよ.

(5) $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ とする．ベクトル $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ を $s\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ の形に表せ.

(6) 2 つのベクトル $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}3\\x^2-x\end{pmatrix}$ が平行になるように, x の値を定めよ.

(7) 2 点 $\mathrm{A}(1,3)$, $\mathrm{B}(4,-2)$ について, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分表示せよ. また, その大きさを求めよ.

(8) $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ に平行な単位ベクトル $\overrightarrow{e}$ を求めよ.

(9) 3 点 $\mathrm{A}(1,2)$, $\mathrm{B}(4,-1)$, $\mathrm{C}(2,3)$ がある. 四角形 ABCD が平行四辺形となるとき, 頂点 D の座標を求めよ.

(10) $|\overrightarrow{a}|=3, |\overrightarrow{b}|=2, \theta=150^\circ$ とする. 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ を求めよ. ただし, θ は $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角とする.

(11) 2 つのベクトル $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ のなす角 θ を求めよ.

(12) 2 つのベクトル $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} x^2 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ のなす角が 90° になるように, x の値を定めよ.

(13) $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ に垂直な単位ベクトル $\overrightarrow{e}$ を求めよ.

(14) $|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2}, |\overrightarrow{b}| = 1, |\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}| = \sqrt{10}$ のとき, $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角 θ を求めよ.

(15) 2 点 A($\overrightarrow{a}$), B($\overrightarrow{b}$) がある. 線分 AB を $3:2$ に内分する点 P, $1:3$ に外分する点 Q の位置ベクトルを $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ を用いて表せ.

(16) 点 A$(2, -5)$ を通り, ベクトル $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ に平行な直線の媒介変数表示を, 媒介変数を t として求めよ.

(17) 点 A$(2, -1)$ を通り, ベクトル $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ に垂直な直線の媒介変数表示を, 媒介変数を t として求めよ.

3 △OAB おいて, 次の式を満たす点 P の存在範囲を求めよ.

(18) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}},\quad s + t = 2$

(19) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}},\quad s + 2t = 1, s \geqq 0, t \geqq 0$

(20) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}},\quad 0 \leqq s + 2t \leqq 2, s \geqq 0, t \geqq 0$

$\boxed{\textbf{4}}$ 各問いに答えよ.

(21) 平面上の異なる 2 点 O, A に対して, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$ とする. このとき, ベクトル方程式

$$|\vec{p}| = |\vec{p} - \vec{a}|$$

を満たす図形はどのような図形を表すか.

(22) 平面上の異なる 2 点 O, A に対して, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$ とする. このとき, ベクトル方程式

$$|\vec{p} - \vec{a}| = 5$$

を満たす図形はどのような図形を表すか.

(23) 平面上の異なる 2 点 O, A に対して, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$ とする. このとき, ベクトル方程式

$$|\vec{p}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{p} = 0$$

を満たす図形はどのような図形を表すか.

(24) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ とし, $\vec{c} = s\vec{a} + \vec{b}$ とする. $|\vec{c}|$ の最小値と, そのときの実数 s の値を求めよ.

(25) $\triangle$ABC において, 辺 AB を 4 : 1 に内分する点を D, 辺 AC を 4 : 3 に内分する点を E とする. $\triangle$ABC の重心を G とするとき, 3 点 D, G, E は一直線上にあることを示せ.

$\boxed{\mathbf{5}}$ 各問いに答えよ.

(26) 原点と点 $(1, 2, 3)$ との距離を求めよ.

(27) 平行六面体 ABCD-EFGH において, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{b}, \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{d}, \overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{e}$ とする. ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{HB}}$ を, $\overrightarrow{b}, \overrightarrow{d}, \overrightarrow{e}$ を用いて表せ.

(28) 1 辺の長さが 2 の正四面体 ABCD において, 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CA}}$ を求めよ.

(29) 2 つのベクトル $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ のなす角 θ を求めよ.

(30) 2 点 $\mathrm{A}(2, -3, 1)$, $\mathrm{B}(3, 1, 4)$ と xy 平面上の点 C が一直線上にあるとき, 点 C の座標を求めよ.

(31) 3 点 $\mathrm{A}(1,2,0)$, $\mathrm{B}(0,2,3)$, $\mathrm{C}(1,0,2)$ の定める平面 ABC 上に点 $\mathrm{P}(3,4,z)$ があるとき, z を求めよ.

(32) 点 $(2,1,-3)$ を通り, xy 平面に平行な平面の方程式を求めよ.

(33) 点 $(2,1,-3)$ を通り, y 軸に垂直な平面の方程式を求めよ.

(34) 点 $(1,3,-2)$ を中心とする半径 2 の球面の方程式を求めよ.

(35) 方程式 $x^2+y^2+z^2+4x-2y-6z+5=0$ で表される球面の中心の座標と半径を求めよ.

問題は以上です.