1 以下の解答欄に収めること. (30点)

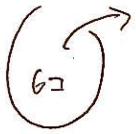
(1)

95%信頼区間を100回作ると、95回程度 m を含むことが期待される。 5

(2)

サンプル数 n を増やす。 信頼度を下げる。 (各2) 5

(3)



$_6C_3 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20$

$X=0 \quad {}_3C_0 \cdot {}_3C_3 = 1$

$X=1 \quad {}_3C_1 \cdot {}_3C_2 = 9$

$X=2 \quad {}_3C_2 \cdot {}_3C_1 = 9$

$X=3 \quad {}_3C_3 \cdot {}_3C_0 = 1$

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$	1

上表より

$E(X) = \frac{1}{20}(0+9+18+3)$

$= \frac{3}{2}$ 5

$E(X^2) = \frac{1}{20}(9+36+9)$

$= \frac{54}{20} = \frac{27}{10}$

よって

$E(Y) = E(3X+1)$

$= 3\cdot E(X)+1$

$= 3\cdot\frac{3}{2}+1 = \frac{11}{2}$ 5

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ (3)

$= \frac{27}{10} - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= \frac{54}{20} - \frac{9}{4}$

$\frac{9}{4} = \frac{45}{20}$

$= \frac{9}{20}$ 5

$\therefore V(Y) = V(3X+1)$

$= 9V(X)$

$= \frac{81}{20}$ 5

$\left(\sigma(Y) = \sqrt{\frac{81}{20}} = \frac{9}{2\sqrt{5}}\right)$ 削除

2 (25)

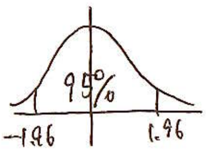
(1) 平 m 標 1g $\xrightarrow{400コ}$ 平均11g.

標本平均 $\overline{X}$ は、

$$\overline{X} \sim N\left(m, \frac{1}{400}\right) \quad 1$$

$$\downarrow \quad z = \frac{\overline{X}-m}{\frac{1}{20}} \quad 2$$

$$z \sim N(0,1)$$



正規分布表より

$$P(|z| \le 1.96) = 0.95.$$

∴ 95%信頼区間は

$$-1.96 \le z \le 1.96 \quad 3$$

$$\overline{X} - 1.96\times\frac{1}{20} \le m \le \overline{X} + 1.96\times\frac{1}{20}$$

$$11-0.098 \le m \le 11+0.098$$

$$10.902 \le m \le 11.098$$

[10.902, 11.098] 4

(2) 個包装が1g均一と仮定するので、
中身の母平均に対する95%信頼区間は

$$10.902-1 \le m \le 11.098-1$$

[9.902, 10.098]

削除

(3) nコサンプリングしたとき、

$$\overline{X} \sim N\left(m, \frac{1}{n}\right) \quad 1$$

$$\downarrow \quad z = \frac{\overline{X}-m}{\frac{1}{\sqrt{n}}} \quad 2$$

$$z \sim N(0,1)$$

(1)と同様にして95%信頼区間は

$$\overline{X} - 1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X} + 1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}} \quad 2$$

幅は、

$2\times1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}}$ なので、 4

$$2\cdot\cancel{1.96}^{\,0.04}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}} \le \frac{49}{1000}$$

$$80 \le \sqrt{n} \quad 4$$

$$\therefore\ 6400 \le n$$

最低で6400コサンプリングが必要 2

3 (25)

(1) 有効率 $\frac{9}{10}$

有効人数 X とすると

$X \sim B\left(10000, \frac{9}{10}\right)$ 1

正規分布で近似して、

$X \sim N\left(\underbrace{10000 \cdot \frac{9}{10},\ 10000 \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}}_{=}\right)$ 2

$N(9000, 900)$

$Z = \frac{X-9000}{30}$ —(*) 3

$Z \sim N(0,1)$

求める確率は

$P(X \geq 9090)$ であり。

(*)より

$X - 9000 \geq 90$

$\frac{X-9000}{30} \geq 3.$

$\therefore P(X \geq 9090) = P(Z \geq 3)$

$= 0.5 - 0.49865$

$= 0.00135$ 4

(2) 有効率に変わりはないと仮定。

つまり、M社のワクチンの有効率 $\frac{9}{10}$ とする 仮説 2

良くなったか否かなので 片側検定を行う 1

100人のうちの有効人数 X とする。

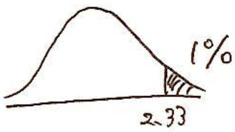
$X \sim B\left(100, \frac{9}{10}\right)$ 2

↓ 近似

$X \sim N(90, 9)$

↓ $Z = \frac{X-90}{3}$ —(*) 2

$Z \sim N(0,1)$



左図より、1%の棄却域は

$2.33 \leq Z$ 3

(*)より

$2.33 \leq \frac{X-90}{3}$

$6.99 \leq X - 90$

$96.99 \leq X$ 2 (キキャク域)

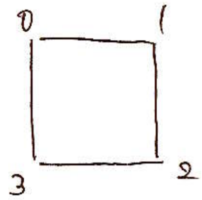
96人は棄却域に含まれないので、

仮説は誤りと判断できない。

∴ 上記より M社のワクチンが良いとは判断できない。 3

4 (20)

(1) (2) 5
(3) 10



(1)

サイコロの目	X	P
1, 5	1	2/6
2, 6	2	2/6
3	3	1/6
4	0	1/6

上表より $P(X=1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ // 5

(2)

1回目

2回目 \ 1回目	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

1回目と2回目のサイコロの目の和が
1, 5, 9 のとき、Y=1 となる。
その個数は、8コ。

$\therefore P(Y=1) = \frac{8}{36}$

$= \frac{2}{9}$ // 5

(3). $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$.

ここで、
(1) の表より

$E(X) = \frac{1}{6}(2+4+3)$

$= \frac{3}{2}$

(2) から、

Y	0	1	2	3	計
P	$\frac{9}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{10}{36}$	1

$\frac{11}{4}$

$\therefore E(Y) = \frac{1}{36}(8+18+30)$

$= \frac{56}{36} = \frac{14}{9}$

$\therefore E(X+Y) = \frac{3}{2} + \frac{14}{9} = \frac{55}{18}$ //

削除

(4) $E(XY)$ について、
X と Y は not 独立。

1回目

X \ Y	1	2	3	4	5	6	和
1	2	6	0	0	2	6	16
2	3	0	3	0	3	0	9
3	0	2	6	0	0	2	10
4	1	4	9	0	1	4	19
5	2	6	0	0	2	6	16
6	3	0	3	0	3	0	9
							79

表せたら 5

上表より

$E(XY) = \frac{1}{36}(16+9+10+19+16+9)$ 式 3

$= \frac{79}{36}$ // 2