

令和6年度第2学年4組 複素平面考査

令和6年11月12日

注意事項

- チャイムがなるまで、冊子は開かずに待つこと.
- 開始前に解答用紙に記名を済ませて良い.
- 時間配分を考えて解くこと.

1 小問集合. 偏角 θ は, 特に指定がない限り $0 \leq \theta < 2\pi$ で答えること. 【40 点】

(1) 複素数 $12 + 5i$ の絶対値を求めよ.

(2) 複素数 $2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i$ を, 極形式で表せ.

(3) 複素数 $1 + \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}$ を, 極形式で表せ.

(4) $\alpha = 2 \left(\cos \frac{1}{3}\pi + i \sin \frac{1}{3}\pi \right)$, $\beta = \sqrt{2} \left(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi \right)$ のとき, $\frac{\beta}{\alpha}$ を極形式で表せ.

(5) $z = 1 + 3i$ とする. 点 z を, 原点を中心に $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を求めよ.

(6) $(1 + \sqrt{3}i)^{10}$ を計算せよ.

(7) $z^4 = -4$ を解け.

(8) 方程式 $|z + 3i| = |z - 2 + i|$ を満たす点 z 全体は, どのような図形か.

(9) 方程式 $|z - 2i| = 2|z + i|$ を満たす点 z 全体は, どのような図形か.

(10) 点 $\beta = 1 + 3i$ を, 点 $\alpha = 2 + i$ を中心に $\frac{\pi}{6}$ 回転させた点を表す複素数を答えよ.

(11) 3点 $A(-3 - 4i)$, $B(3 + 2i)$, $C(6 - i)$ に対し, $\angle ABC$ の値を求めよ.

(12) 点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円を動く. このとき, $w = iz + i$ を満たす点 w はどのような図形を描くか.

2 【40点】

(1) $\alpha = 3 + 4i$, $\beta = 1 + 3i$ とするとき, 原点 O と点 $A(\alpha)$ を通る直線 l に関して点 $B(\beta)$ と対称な点 C を表す複素数 γ を求めよ.

(2) ド・モアブルの定理を用いて, 以下の等式を示せ.

$$\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta, \quad \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

(3) 複素数平面上の原点 O と, 異なる 2 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ があり, α, β が $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ をみたすとき, $\triangle OAB$ はどのような三角形か.

3 不複素平面上で点 z が $|z| = \sqrt{2}$ をみたしながら動くとき, $w = \frac{1}{z-i}$ で定まる w について, 各問いに答えよ. 【20点】

(1) w が描く図形を求め, 図示せよ.

(2) $|w|$ の最大値およびそのときの複素数 z の値を求めよ.

(3) $|w - 1|$ の最大値およびそのときの複素数 z の値を求めよ.

解答用紙

2年4組 _____ 番 氏名 _____

1	2	3	計
/40	/40	/20	/100

1 この設問は、答えのみでよい。

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

以下、計算スペース (裏面も使用可)。採点の対象外。

